



Eletrobras
Cepel

**PROGRAMAÇÃO
DINÂMICA DUAL:
ESTRATÉGIAS
EFICIENTES APLICADAS
A PROBLEMAS
ESTOCÁSTICOS DE
COORDENAÇÃO
HIDROTÉRMICA**

GOP/Lílian Chaves
André Diniz



MOTIVAÇÃO

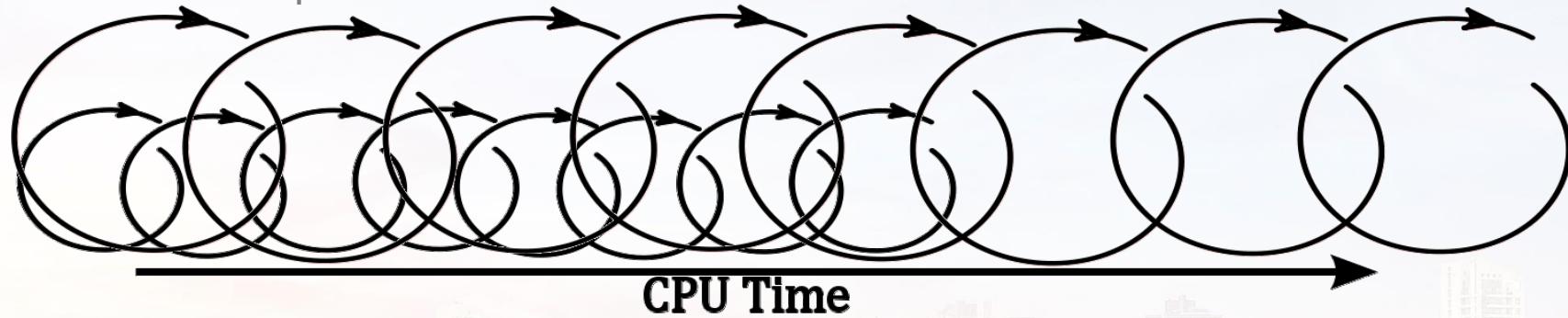
- Problemas de coordenação hidrotérmica multi-estágios podem se tornar muito grandes e difíceis de resolver



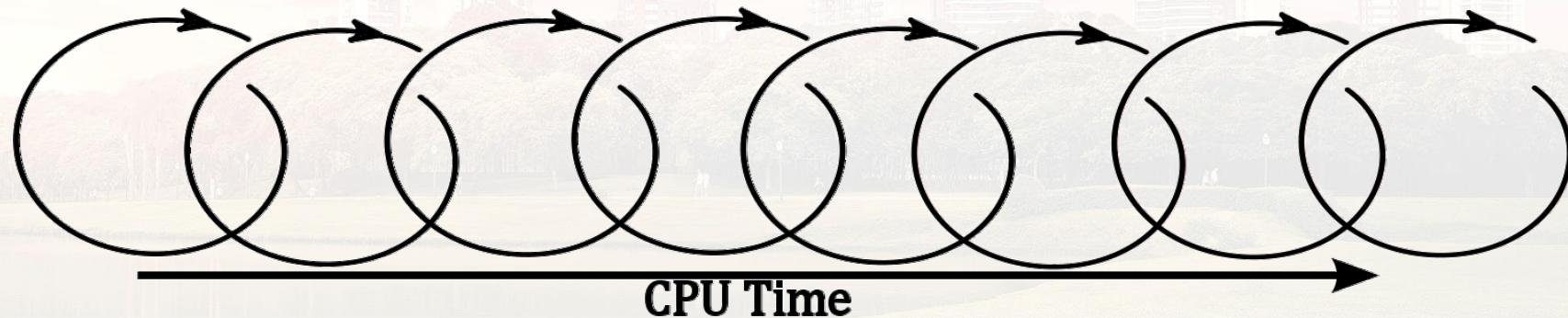
- Programação Dinâmica Dual (PDD) é um método iterativo normalmente usado para resolver este tipo de problema

MOTIVAÇÃO

- Iterar mais rápido:



- Iterar menos:



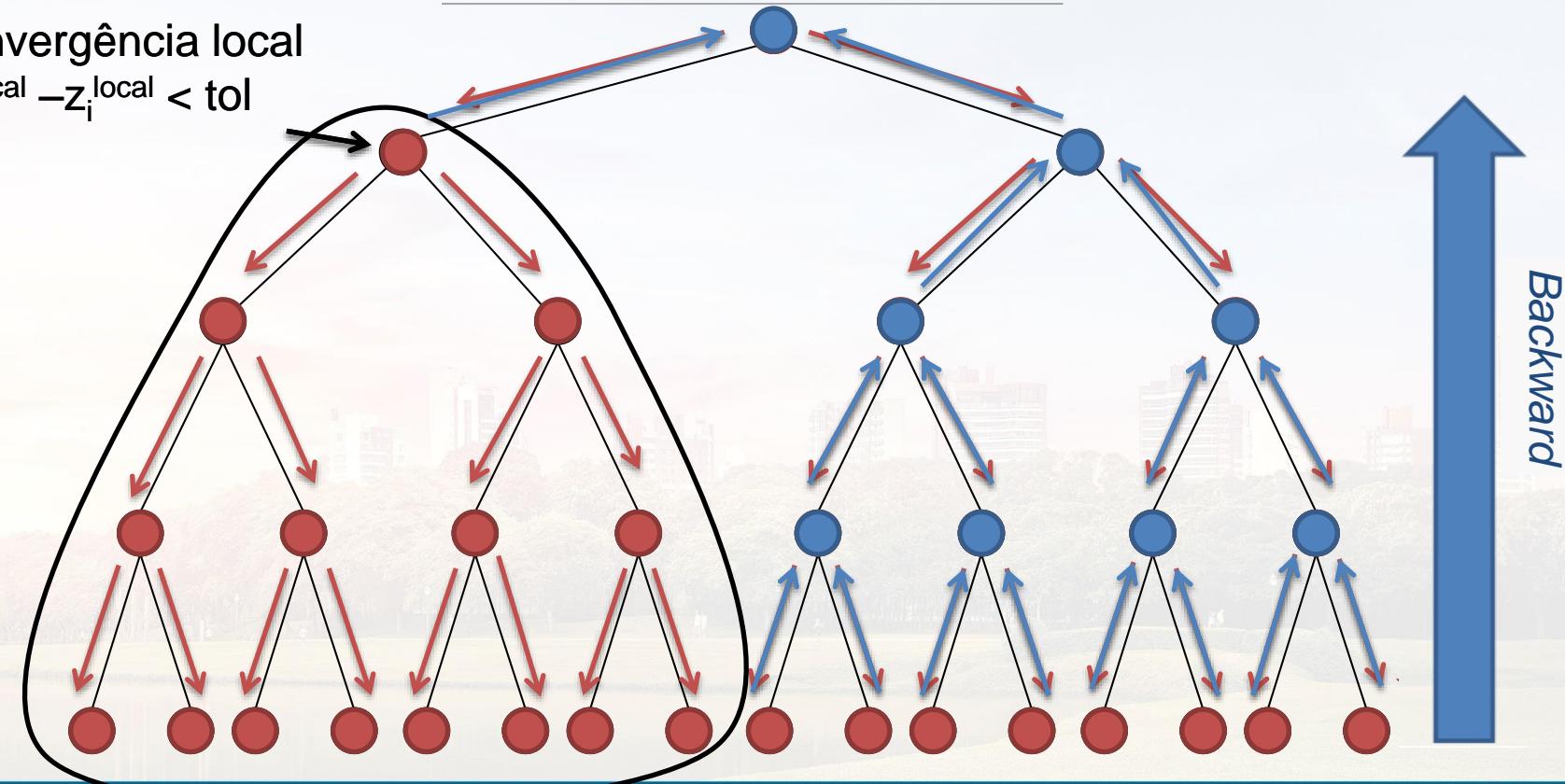
ESTRATÉGIA 1: TESTE DE CONVERGÊNCIA LOCAL (TCL)

- Depois do um passo *forward* um teste de convergência é feito na sub-árvore associada a cada nó
 - Operação *backward* é evitada para sub-árvores que convergiram
 - Informação obtida na *forward* é usada para construir um corte de Benders para o estágio antecessor
- É esperado que haja várias sub-árvores convergentes a medida que o processo iterativo se desenvolve

ESTRATÉGIA 1: TESTE DE CONVERGÊNCIA LOCAL (TCL)

Convergência local

$$Z_s^{\text{local}} - Z_i^{\text{local}} < \text{tol}$$

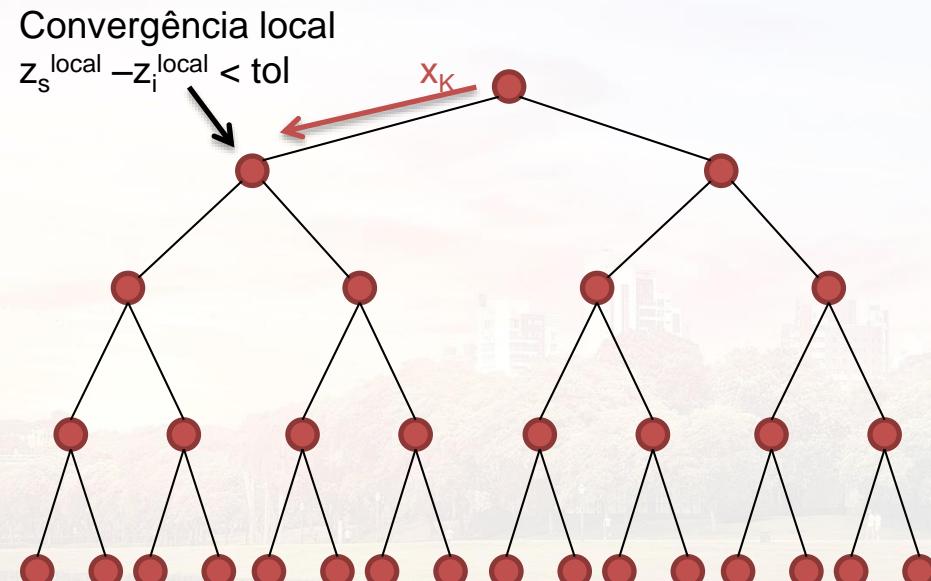


ESTRATÉGIA 2: TESTE DE ESTABILIDADE DAS VARIÁVEIS DE ESTADO (TEV)

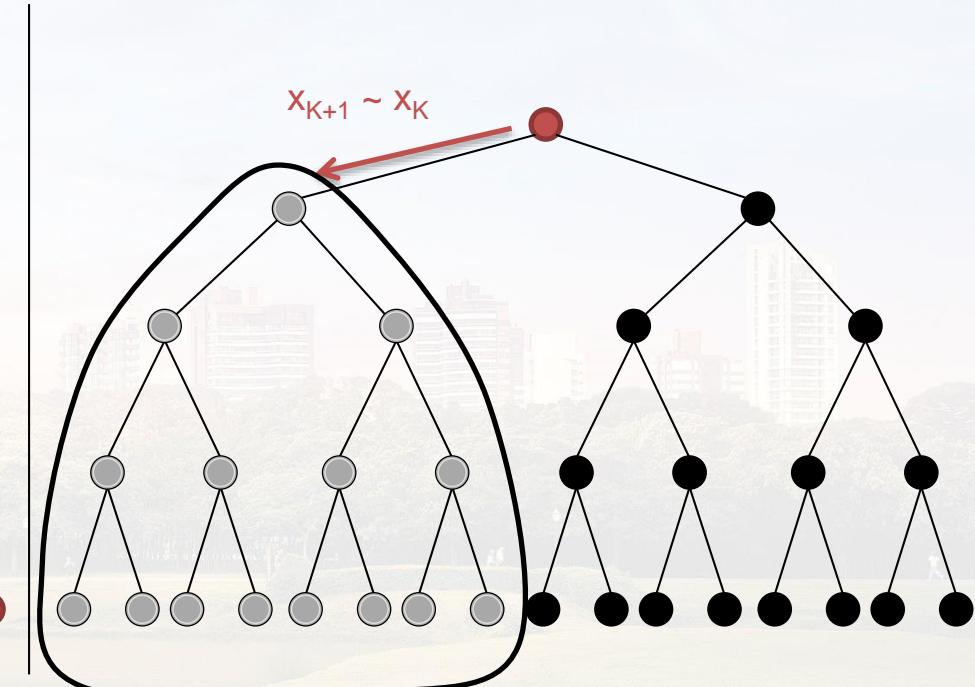
- Requer o teste de convergência local
- Operação forward é evitada para sub-árvores que já convergiram anteriormente, para um vetor de variáveis de estado “suficientemente próximo” do vetor na iteração corrente
- Informação obtida na *forward* é usada para construir um corte de Benders para o estágio antecessor

ESTRATÉGIA 2: TESTE DE ESTABILIDADE DAS VARIÁVEIS DE ESTADO (TEV)

Iteração K



Iteração K+1



ESTRATÉGIA 3: COMPARTILHAMENTO LOCAL DE ESTADOS (CLC)

- Aplicável para o caso particular de quando a variável estocástica aparece somada à variável de estado nas restrições:

$$\text{cenario } r: (\dots) = Vi_i^t + A_i^{t,r} \quad i = 1, \dots, NH$$

$$\text{cenario } s: (\dots) = Vi_i^t + A_i^{t,s} \quad i = 1, \dots, NH$$



$$\text{cenario } s: (\dots) = \underbrace{(Vi_i^t + A_i^{t,s} - A_i^{t,r})}_{\widetilde{Vi}_i^t} + A_i^{t,r} \quad i = 1, \dots, NH$$

$$\widetilde{Vi}_i^t = Vi_i^t + A_i^{t,s} - A_i^{t,r}$$

PROBLEMA DE COORDENAÇÃO HIDROTÉRMICA

- **Problema de coordenação hidrotérmica de médio prazo:**
 - Função objetivo e restrições lineares
 - Usinas hidráulicas e térmicas individualizadas
 - Acoplamento com modelo de longo prazo no final do horizonte
 - Demanda representada em patamares de carga
 - Incertezas nas afluências por período em quantidade finita de realizações
- **Problema considerado:**
 - 84 usinas hidroelétricas e 46 térmicas;
 - Horizonte de 7 meses, 7 períodos com duas aberturas por período
 - 64 cenários, 127 nós

PROBLEMA DE COORDENAÇÃO HIDROTÉRMICA

- Problema de otimização de 1 nó (principais restrições)

$$\min \sum_{i=1}^{NT} \sum_{p=1}^{NPAT} ct_i g t_i^{t,c,p} + \mathbb{E}[Q(t, c)] \rightarrow \text{Função objetivo}$$

$$\sum_{i=1}^{NT} g t_i^{t,c,p} + \sum_{i=1}^{NH} g h_i^{t,c,p} = dem^{p,t} \quad p = 1, \dots, NPAT \rightarrow \text{Balanço energético}$$

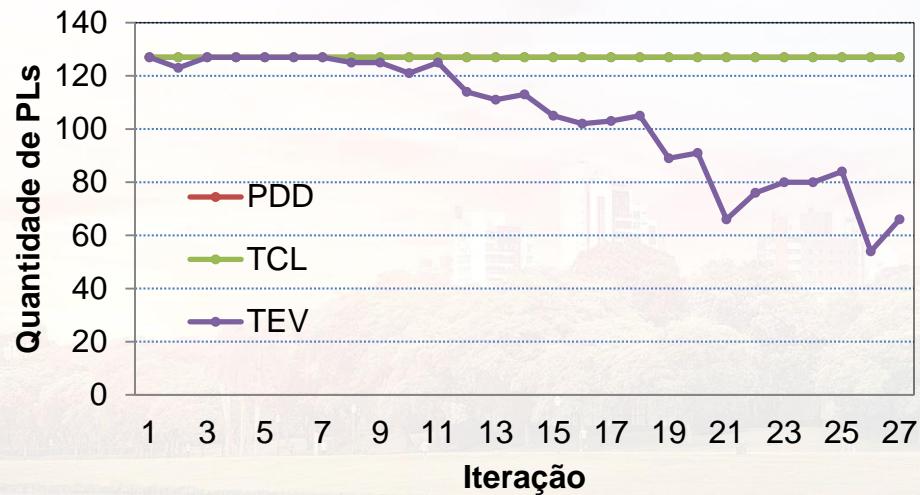
$$Vf_i^{t,c} + \sum_{p=1}^{NPAT} (Q_i^{t,c,p} + S_i^{t,c,p}) - \sum_{j \in \Omega^{mon}} (Q_j^{t,c,p} + S_j^{t,c,p}) = Vi_i^{t,c} + A_i^{t,c} \quad i = 1, \dots, NH \rightarrow \text{Balanço hídrico}$$

$$Q_i^{t,c,p} \leq Qturmax_i^{t,p}, \forall i = 1, \dots, NH; p = 1, \dots, NPAT \rightarrow \text{Turbanimento máximo}$$

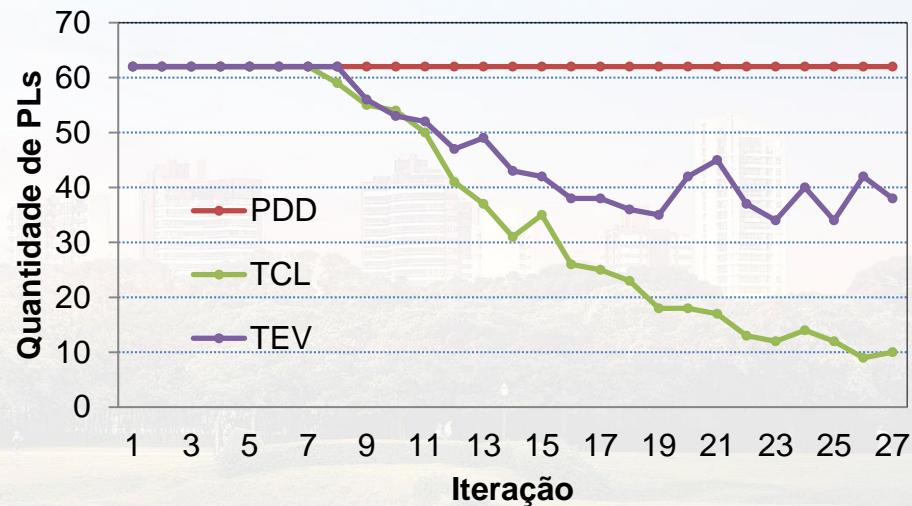
$$GH_i^{t,c,p} \leq \gamma_{0,i,t,c}^{(k)} + \gamma_{V,i,t,c}^{(k)} (Vi_i^{t,c} + Vf_i^{t,c}) / 2 + \gamma_{Q,i,t,c}^{(k)} Q_i^{t,c,p} + \gamma_{S,i,t,c}^{(k)} S_i^{t,c,p}, \quad k = 1, \dots, NCUT_{FPHA}^{i,t}; i = 1, \dots, NH; p = 1, \dots, NPAT \rightarrow \text{Função de produção hidroelétrica aproximada (FPHA)}$$

RESULTADOS: REDUÇÃO DE OPERAÇÕES

Quantidade de PLs na Forward

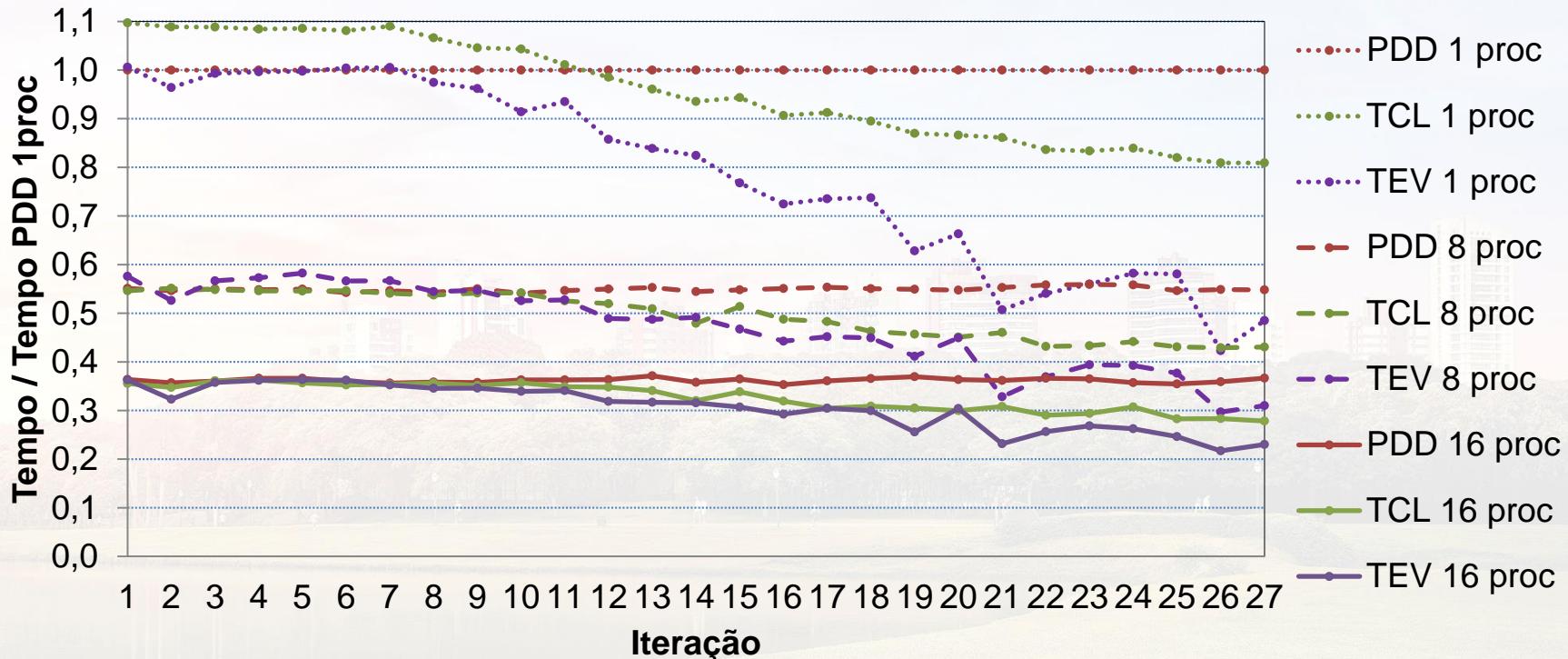


Quantidade de PLs na Backward



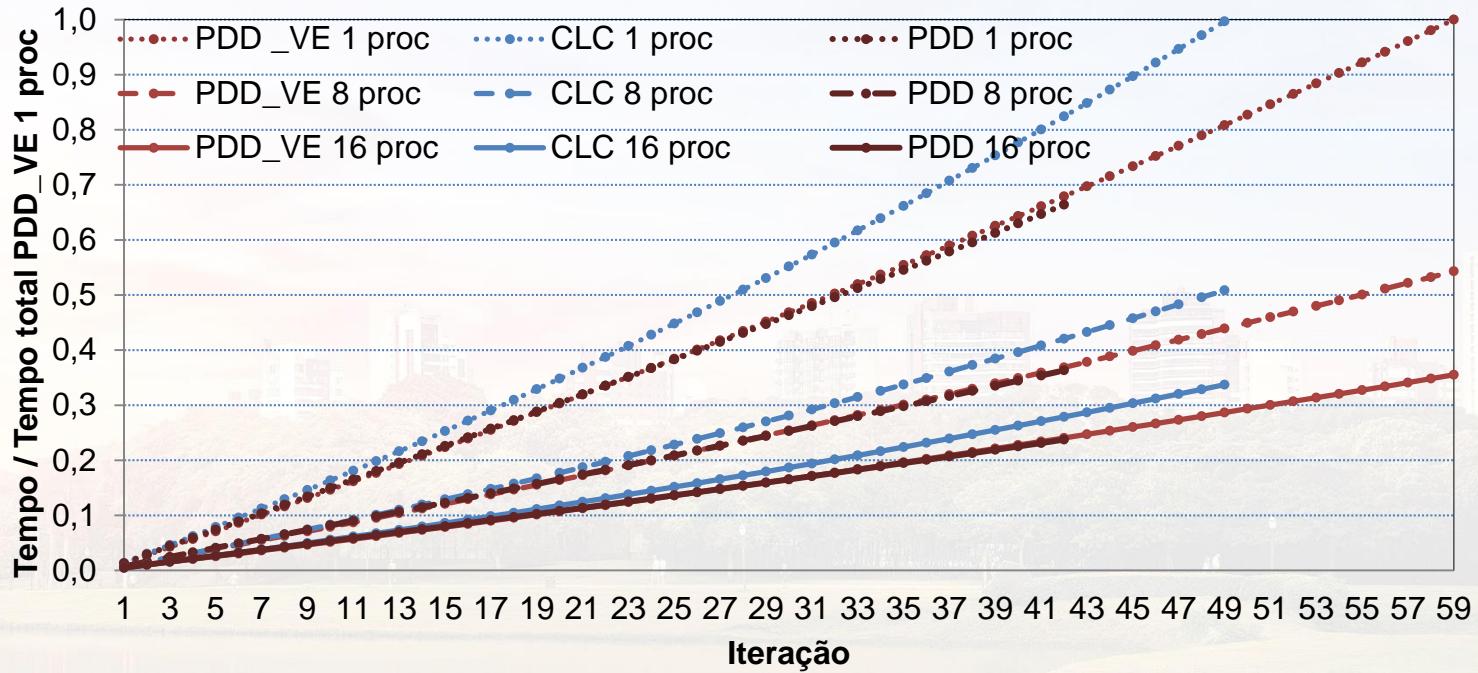
RESULTADOS: REDUÇÃO DE TEMPO

Tempo gasto nas iterações (1,8 e 16 processadores)



RESULTADOS: REDUÇÃO DE TEMPO

Tempo acumulado nas iterações (1,8 e 16 processadores)



CONCLUSÕES

- Principais resultados
 - Estratégia 1:
 - Possibilidade de reduzir tempo de CPU não resolvendo nós no passo *backward*
 - Estratégia 2:
 - Possibilidade de reduzir o tempo de CPU, não resolvendo nós no passo *forward*
 - Compartilhamento de cortes
 - Capaz de melhorar a taxa de convergência
 - Encontrar um compromisso entre compartilhar e evitar atrasos excessivos

LÍLIAN CHAVES BRANDÃO DOS SANTOS

 (21) 2598-6059

 liliancbs@cepel.br

 www.cepel.br