



**XXII SNPTEE
SEMINÁRIO NACIONAL
DE PRODUÇÃO E
TRANSMISSÃO DE
ENERGIA ELÉTRICA**

BR/GCR/07
13 a 16 de Outubro de 2013
Brasília - DF

GRUPO – VI

GRUPO DE ESTUDO DE COMERCIALIZAÇÃO, ECONOMIA E REGULAÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA- GCR

**INCORPORAÇÃO DA MEDIDA DE RISCO (CVAR) NA PROGRAMAÇÃO DINÂMICA ESTOCÁSTICA NO
PLANEJAMENTO DE MÉDIO PRAZO**

André Luís Marques Marcato (*)
UFJF

Rafael Bruno da Silva Brandi
UFJF

Tales Pulinho Ramos
UFJF

Anderson M. Iung
Duke Energy

Marcelo Garcia Guimarães
UFJF

RESUMO

O planejamento de médio prazo visa à minimização do custo esperado de operação para um dado horizonte de estudo. Contudo, a possibilidade de não atendimento à demanda de energia é um fator preponderante no que diz respeito ao risco de operação do sistema. Logo, a incorporação de medidas de risco aos modelos atuais de planejamento é de grande importância para a obtenção de políticas operatórias mais seguras. Dentre algumas medidas de risco, o CVaR (do inglês, *conditional value at risk*) é uma medida de risco muito usada para quantificar os valores esperados de perdas extremas e pode ser utilizada no campo da otimização por não gerar não convexidade ao problema. Assim, este trabalho apresenta a implementação da medida de risco CVaR à PDE-ConvexHull, que é uma técnica baseada em Programação Dinâmica Estocástica que utiliza uma discretização fixa do espaço de estados e faz o uso do algoritmo de fechos convexos, ou *convex hull*, para obter as funções de custo futuro.

PALAVRAS-CHAVE

Planejamento Energético, Programação Dinâmica, Medidas de Risco, Formação de Preços, Fechos Convexos, Segurança de Operação

1.0 - INTRODUÇÃO

O planejamento do Sistema Interligado Nacional (SIN) é realizado por uma cadeia de modelos computacionais que visam uma operação eficiente do mesmo [1]. Trata-se de um problema complexo de otimização, visto que se deve considerar um longo horizonte de planejamento dentro de uma modelagem adequada do sistema hidrotérmico e das características de estocasticidade das afluências.

Contudo, mesmo com diversos avanços encontrados para a resolução do problema, observou-se nos últimos anos uma necessidade especial no que diz respeito à consideração dos riscos associados à operação do sistema, dado que uma indisponibilidade energética traria profundos impactos econômicos. Assim, é de grande importância a avaliação da capacidade de uma operação segura do sistema sob condições de hidrologia desfavoráveis.

A Lei 10.848 de 2004 instituiu a Curva de Aversão a Risco (CAR), que é uma curva bianual que estabelece os requisitos de energia armazenada como referência de segurança para o atendimento do SIN. Além disso, o ONS adota procedimentos operativos de curto prazo para aumento da segurança do sistema, visto que o gerenciamento dos recursos hídricos no presente acarreta grande impacto no atendimento do sistema em períodos futuros.

Estes métodos ou procedimentos visam à utilização de recursos energéticos de custos mais elevados para o aumento dos níveis dos reservatórios de forma a diminuir a ocorrência de déficits de energia futuros. Contudo, seria

(*) Faculdade de Engenharia, Campus da Universidade Federal de Juiz de Fora, – sala 206 - PPEE
CEP 36.036-330, Juiz de Fora, MG – Brasil
Tel: (+55) 32 2102-3460 – Email: andre.marcato@ufjf.edu.br

importante que a aversão ao risco de não atendimento à carga fosse representada de forma direta no modelo de planejamento de médio prazo.

Sendo assim, o modelo de médio prazo teria por objetivo não somente minimizar o custo esperado de operação, mas também minimizar os desvios ou as ocorrências de grandes déficits de energia que podem ser causados por hidrologias desfavoráveis.

A cadeia de modelos oficiais utilizada pelo Setor Elétrico Brasileiro (SEB) baseiam-se na metodologia de Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE) [2][3]. Sabe-se que a implementação de uma política energética mais aversa a risco teria impacto no planejamento de longo, médio e curto prazo [4], na definição do Preço de Liquidação de Diferenças (PLD) utilizado pela CCEE (Câmara de Comercialização de Energia Elétrica); além de impactar na avaliação de cenários do planejamento da expansão do sistema.

No final de 2008, através de uma chamada de P&Ds Estratégicos, a Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) divulgou um edital voltado para o tema de Otimização do Despacho Hidrotérmico. Este edital surgiu de uma demanda oriunda dos principais agentes do SEB interessados em investigar novas metodologias e/ou propor adaptações na metodologia vigente.

Assim, dando continuidade à linha de pesquisa desenvolvida pela Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) em conjunto com a Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio) no âmbito do P&D Estratégico, este trabalho mostra a implementação do CVaR à Programação Dinâmica Estocástica, que antes possuía apenas a versão neutra a risco.

2.0 - PROGRAMAÇÃO DINÂMICA ESTOCÁSTICA E FECHOS CONVEXOS (PDE-CONVEXHULL)

A Programação Dinâmica Estocástica (PDE) era utilizada no SEB até os anos 80, porém esta metodologia foi substituída pela Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE) [5], que é um método iterativo em que os estados são avaliados de acordo com que é realizada a representação mais realista das funções de custo futuro (FCFs) ao longo das iterações. A função é um poliedro convexo que pode ser construído a partir do valor esperado dos multiplicadores simplex associados a cada subproblema. Esta metodologia apresenta como vantagem a não discretização do espaço de estados dos referidos sistemas, evitando a “maldição da dimensionalidade” presente na PDE [6].

Apesar do problema da “maldição da dimensionalidade” inerente ao algoritmo da PDE, foi proposta uma linha de pesquisa voltada à reavaliação da utilização desta técnica na resolução do problema de planejamento através de modernas arquiteturas computacionais paralelas de alto desempenho, além de outras metodologias auxiliares capazes de acelerar o processo e de tornar o algoritmo mais eficiente e com maior usabilidade.

A implementação da PDE baseia-se em uma iteração *backward* para o cálculo da FCF, em que avalia-se cada estágio iniciando-se o processo no último estágio e terminando no primeiro. Em cada estágio, há a necessidade da discretização do espaço de estados ou níveis dos reservatórios e para cada discretização resolve-se um problema de programação linear para cada possibilidade de realização de afluência dentro dos cenários hidrológicos considerados. Assim, determina-se, para cada estado, uma amostra de custos que são obtidos em função das realizações consideradas. A partir disto, calcula-se o valor esperado do custo de operação associado a cada estado discretizado e, então, é possível determinar um conjunto de pontos para a composição da FCF.

Assim, considerando-se os estados analisados e os custos associados em determinado estágio é possível construir uma envoltória convexa de modo a representar a FCF no problema. Neste trabalho, foi utilizado o algoritmo de fechos convexos para calcular o conjunto de hiperplanos que formam esta envoltória convexa e, desta forma, tem-se uma função interpolante, linear por partes e convexa que representa a FCF. Cada hiperplano corresponde a uma inequação que deve ser considerada em todos os problemas de programação linear a serem resolvidos no período anterior [7].

Depois de levantadas as FCFs associadas a cada período que compõe o horizonte de estudo, ou seja, após o fim do cálculo da política energética, prossegue-se à fase de simulação final, em que simula-se a ocorrência de diversos cenários de afluência distintos, sejam históricos ou sintéticos. A partir daí, extraem-se diversos resultados como valores esperados de armazenamento ao longo do planejamento, custos marginais de operação, valores esperados de déficit, geração hidráulica, entre outros.

Dada a complexidade e dimensão do referido problema de cálculo da política energética via PDE, foram utilizadas técnicas de programação paralela de alto desempenho. O fluxograma do processo é apresentado na Figura 1 [8]. Observa-se que, de acordo com as técnicas de Programação Dinâmica, o processo inicia-se pelo último estágio. No Bloco 1, os diversos problemas de Programação Linear (PL's) correspondentes ao cálculo dos custos operacionais médios de cada estado operativo são divididos entre os múltiplos processadores. Os pontos que

relacionam o armazenamento dos reservatórios com os custos de operação médios são fornecidos ao algoritmo de fechos convexos, obtendo o conjunto de hiperplanos que modelam as FCF's [9], como mostrado no bloco 2. Em continuidade, o processo é repetido para todos os estágios de forma recursiva, até que se atinja o primeiro estágio.

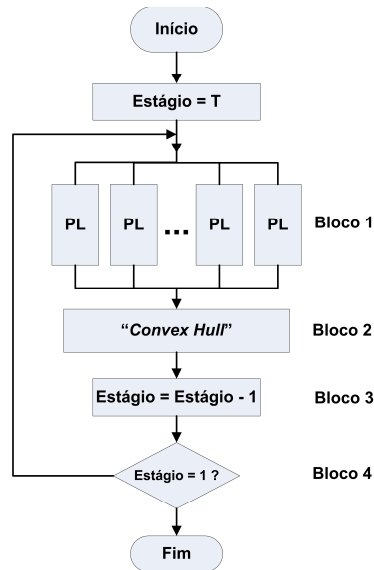


Figura 1 - Fluxograma da PDE-Fechos Convexos Utilizando Processamento Paralelo

Quanto às melhorias citadas para aumento do desempenho e viabilização do uso da PDE para o cálculo da política, destacam-se dois procedimentos: a utilização do processamento paralelo e a inserção iterativa de cortes nos problemas de programação Linear.

Como a maior dificuldade da resolução do problema via PDE é o número excessivo de PL's a serem resolvidos, eles podem ser distribuídos para os diversos núcleos de computação, isto porque os problemas de um dado estágio são independentes entre si. Além disso, como estes problemas são distintos e o tempo de resolução de cada um pode variar, é interessante o uso de uma distribuição dinâmica de tarefas entre os núcleos de modo a otimizar a utilização dos processadores, tal que se evite que os núcleos fiquem em estado ocioso desnecessariamente. O procedimento é detalhadamente mostrado em [9].

Além do processamento paralelo, a presente implementação utiliza uma abordagem iterativa para a inserção dos hiperplanos que modelam as restrições que compõem a FCF nos problemas de programação linear. Nesta abordagem, as restrições, ou cortes, obtidos através do algoritmo mostrado no Bloco 2 da Figura 1 são inseridos no estágio anterior, Bloco 1, de forma iterativa, reduzindo drasticamente o tempo computacional. Ou seja, adiciona-se um processo iterativo em que ao invés de resolver somente um problema de programação linear com um número grande de restrições de cortes, resolvem-se iterativamente problemas com número bastante reduzidos de restrições tal que o processo convirja quando a solução obtida esteja de acordo com a que seria obtida ao considerar todo o conjunto de cortes. Sendo assim, não há uma grande alteração no algoritmo da PDE como um todo e, além disso, como grande parte do esforço na resolução do problema é despendido na fase de resolução dos PLs, esse ganho obtido na utilização deste procedimento é bastante significativo. Maiores detalhes deste algoritmo podem ser vistos em [10].

Outra observação a ser realizada é quanto à escolha da aproximação da FCF através do algoritmo de fechos convexos. Isto porque, diferentemente da PDDE, que faz uma aproximação por cortes ou hiperplanos tangentes (*outer approximation*), na técnica proposta faz-se uma aproximação por hiperplanos secantes (*inner approximation*), o que leva a uma tendência de superestimação da função de custo futuro, ao contrário do que ocorre na PDDE. Assim, há uma tendência de que o erro cometido na avaliação da FCF, ao considerar um número pequeno de discretizações por exemplo, tenda a gerar políticas mais avessas ao risco. Isto pode fazer com que o aumento no número de discretizações gere políticas menos satisfatórias visto que se obtém uma diminuição no valor esperado do custo com, porém um aumento na ocorrência de déficits nesses casos.

Desta forma, torna-se importante a aplicação de uma ferramenta matematicamente bem definida para a avaliação do risco, tal que seja possível o refinamento dos resultados para a obtenção de políticas mais econômicas sem a incorrência de valores indesejados de déficit.

3.0 - APLICAÇÃO DA MEDIDA DE RISCO CVAR NA PDE-CONVEXHULL

3.1 Conditional Value at Risk

O CVaR é uma medida de risco apropriada à otimização, visto que possui as propriedades de monotonicidade, invariância sobre translações, homogeneidade positiva e subaditividade (convexidade) [11]. Neste caso, a medida de risco tem a função de representar uma parcela que agrega maiores informações quando da ocorrência de valores extremos, fazendo com que seja representado não somente o valor esperado ou central, mas também seja possível levar-se em conta informações relacionadas a valores extremos das distribuições.

Sendo assim, em vez de minimizar o valor esperado de operação, será minimizada a combinação convexa entre o valor esperado e o valor assumido pela medida de risco de acordo com um peso a ser considerado. Isto ainda adere uma flexibilidade quanto à intensidade da aversão a risco a ser considerada e o problema fica matematicamente bem condicionado.

O CVaR é uma medida de risco e, de acordo com a definição, este é calculado em função da distribuição ou amostra da variável aleatória, de tal forma que considere-se em especial no problema as amostras existentes na cauda da distribuição. Assim, sabendo-se que uma função de distribuição acumulada $F(y)$ assume valores de 0 a 1, para todo y , pode-se utilizar esta função $F(y)$ para obter um dado quantil em função de um nível α , *value at risk* (VaR), utilizando a inversa da função distribuição acumulada. Sendo assim, tem-se que $VaR_\alpha(Y) = F^{-1}(\alpha)$ e a visualização na função de distribuição acumulada é mostrada na Figura 2.

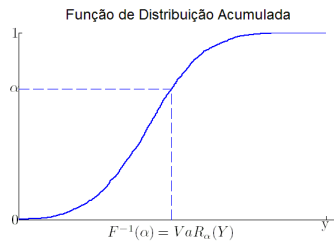


Figura 2 – Obtenção do VaR (Função de Distribuição Acumulada)

Assim, define-se o CVaR como:

$$CVaR_\alpha[Y] = \mathbb{E}[Y|Y > VaR_\alpha(Y)] \quad (1)$$

Em resumo, observa-se que o CVaR é o valor esperado da variável aleatória quando esta assume valores superiores a um dado valor que é função do nível α da distribuição acumulada. Quanto mais próximo de 1 é o parâmetro α , mais considera-se o efeito dos valores extremos da variável aleatória no problema.

Uma forma muito utilizada de se representar o CVaR é através de um problema de minimização, como mostrado a seguir [11][12]:

$$CVaR_\alpha[Y] = \min_u \left(u + \frac{1}{1-\alpha} \mathbb{E}[Y - u]^+ \right) \quad (2)$$

Onde $[\cdot]^+ \equiv \max\{\cdot, 0\}$. Adicionalmente, tem-se que a solução ótima é obtida quando $u^* = VaR_\alpha$.

3.2 Modelagem Proposta: Aplicação do CvaR à Programação Dinâmica Estocástica

Como mostrado na seção 2.0 para a PDE neutra a risco, determina-se, para cada estado discretizado, uma amostra de custos que são obtidos em função das realizações de afluência consideradas. Onde calculava-se o valor esperado do custo de operação para compor o conjunto de pontos para a composição da FCF, agora será também calculada a medida CVaR para a amostra.

Para o cálculo da parcela de aversão a risco, utiliza-se a equação (2) na condição de otimalidade ($u^* = VaR_\alpha$) para obter uma expressão alternativa para o cálculo do CVaR, que não utiliza variável auxiliar u assim como em [13].

$$CVaR_\alpha[Z] = \frac{\sum_{i=1}^k Z_i}{N(1-\alpha)} + Z_k \left[1 - \frac{k}{N(1-\alpha)} \right] \quad (3)$$

Neste caso, considera-se que as amostras de custo Z_i estão dispostas em ordem decrescente e N é o número de realizações consideradas. Além disso, a constante k é um valor inteiro definido como:

$$k = \lceil N(1 - \alpha) \rceil \quad (4)$$

Lembra-se que $\lceil x \rceil$ denota a função teto, que converte o número real x no menor número inteiro maior ou igual a x . O termo que multiplica Z_k tem a função de corrigir o cálculo do CVaR para o caso em que $N(1 - \alpha)$ não é inteiro.

Para uma abordagem avessa a risco, em vez de utilizar somente o operador de valor esperado, utiliza-se uma combinação convexa entre o valor esperado e o CVaR através um operador (ρ) sobre os custos Z_i obtidos das ocorrências das realizações ou eventos, tal como [14]:

$$\rho[Z] = (1 - \lambda)\mathbb{E}[Z] + \lambda CVaR_\alpha[Z] \quad (5)$$

Que atende às condições necessárias para que tenha-se uma medida de risco coerente, dado que $0 \leq \lambda < 1$ [15][12]. Pela expressão acima, tem-se que quanto maior é o valor do λ , ou quanto mais próximo de 1 for o parâmetro, mais avessa a risco é a política a ser determinada, visto que o peso da medida de risco na composição da função de recurso é proporcional a λ .

Sendo assim, os pontos a serem avaliados pelo algoritmo de fechos convexos não são determinados utilizando-se somente o valor esperado, mas uma composição do valor esperado e da medida de risco considerada. O problema de programação linear a ser resolvido é definido como:

$$Q_t(x_{t-1}, \xi_t) = \min_{x_t, \theta_t} c_t^T x_t + \theta_t \quad (6)$$

Sujeito a:

$$A_t x_t = b_t - B_t x_{t-1} \quad (7)$$

$$\theta_t - (g_t^n)^T x_t \geq b_t^n, \quad n = 1, \dots, H_{t+1} \quad (8)$$

$$\underline{x}_t \leq x_t \leq \overline{x}_t \quad (9)$$

Em que $Q_t(x_{t-1}, \xi_t)$ é o valor ótimo encontrado na resolução de um subproblema de otimização e representa o valor de custo associado ao estado inicial x_{t-1} e ao evento ξ_t ; com um conjunto de realizações ξ_t compõe-se a amostra de custos Z_i a serem utilizados pelo operador ρ de forma a obter um ponto para a determinação função de custo futuro do estágio $t - 1$ por meio do algoritmo de fechos convexos. O vetor c_t contém coeficientes da função objetivo, composta principalmente pelo custo das usinas térmicas e custo de déficits de energia. A matriz A_t contém os coeficientes das restrições operativas, que em resumo, referem-se às equações de demanda e balanço energético. O vetor b_t contém os dados de entrada para as relações de igualdade, contendo, por exemplo, os valores de demanda e os valores dos recursos hídricos disponíveis ou as afluências; sendo assim, este vetor é função de ξ_t . B_t é uma matriz auxiliar à transição de estados no problema.

A variável θ_t representa o valor de custo futuro associado ao estado final x_t . A relação é feita através de um conjunto de H_{t+1} inequações advindas dos H_{t+1} hiperplanos que definem o limite inferior do invólucro convexo obtido pelo algoritmo de fechos convexos. Assim, g_t^n refere-se aos coeficientes de cada hiperplano e b_t^n , ao valor do termo independente que define cada hiperplano. Lembra-se que as inequações para representação dos cortes são inseridos iterativamente até que a função de custo futuro esteja adequadamente representada de acordo com todos os H_{t+1} hiperplanos. As restrições mostradas em (9) referem-se às restrições de canalização das variáveis, como energia armazenadas mínima e máxima e limites de geração térmica.

4.0 - RESULTADOS

A metodologia da PDE com a utilização do CVaR foi avaliada usando-se os dados oficiais do SEB correspondentes ao caso de janeiro de 2013 [16]. O cálculo da política operativa foi realizado utilizando a metodologia proposta sob um número de 5 discretizações por subsistema; ou seja, de 25 em 25% da capacidade de armazenamento de cada um dos quatro subsistemas. Foram consideradas 70 séries históricas de afluência para a amostragem discreta das realizações. Para a simulação final utilizou-se as mesmas 70 séries históricas de forma contínua, ou seja, as séries críticas estão incluídas.

4.1 Resultados da Metodologia Base

Como foi analisado anteriormente, quando é utilizada a técnica da Programação Dinâmica Estocástica com Fechos Convexos, o erro cometido na representação da FCF tende a superestimá-la, levando à políticas mais conservadoras do que seria obtido na resolução exata do problema de valor esperado. Sendo assim, foi feita uma simulação da metodologia base (neutra a risco) para 3 e 5 discretizações. A Tabela 1 mostra os custos esperados de operação obtidos em cada um dos casos.

Tabela 1 – Custo Esperado de Operação: 3 Discretizações versus 5 Discretizações

3 Discretizações	5 Discretizações
21.9 bi R\$	22.6 bi R\$

O valor do custo esperado de operação apresentado para 5 discretizações foi ainda superior ao obtido por 3 discretizações. Isto mostra que a política mais conservadora, ainda que conservadora por erro de aproximação, pode levar a políticas mais seguras ou mais econômicas quando se consideram séries críticas, o que é o caso do presente trabalho. Assim, este resultado também evidencia que as séries apresentadas no histórico apresentam interdependência temporal e a capacidade de representação dos cenários críticos é importante para uma operação mais satisfatória. A Figura 3 mostra o aumento nos níveis esperados de déficit de energia quando se utiliza um número maior de discretizações:

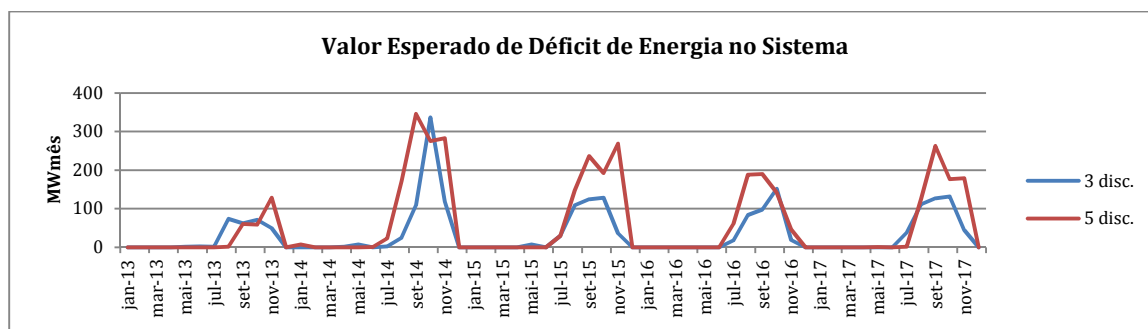


Figura 3 – Valor Esperado de Déficit (3 Versus 5 Discretizações)

Estes resultados mostram que aprimorar a representação do risco seja talvez mais importante do que o aperfeiçoamento da técnica da PDE, com a possibilidade da utilização de um grande número de discretizações para o caso neutro a risco.

4.2 Resultados da Metodologia Proposta: PDE-ConvexHull com Representação do CVaR

Inicialmente, para mostrar o efeito da inclusão da parcela de risco no problema, foram realizadas simulações para um dado valor de α de 0.8 e variou-se o parâmetro λ partindo do caso neutro ($\lambda = 0$) até um caso de maior aversão a risco. A Tabela 2 mostra a variação do custo esperado de operação em função da intensidade em que considera-se a aversão a risco:

Tabela 2 – Custo Esperado de Operação ($\alpha = 0.8$)

$\lambda = 0$	$\lambda = 0.1$	$\lambda = 0.2$	$\lambda = 0.3$	$\lambda = 0.4$
22.6 bi R\$	20.5 bi R\$	19.1 bi R\$	18.8 bi R\$	19.4 bi R\$

Observa-se que dados os cenários considerados, o custo de operação diminui quando o parâmetro λ aumenta até o valor 0.3. Já para um valor maior, observa-se que o custo começa a subir novamente, mostrando que o preço da aversão a risco torna-se preponderante. De fato, dependendo do cenário, a operação avessa a risco pode levar a operações econômicas na ocorrência de cenários críticos ou, caso contrário, incorre a custos extras de um preço de uma operação segura. No caso teórico, em que a simulação final é realizada para um número realmente representativo de séries, a utilização do CVaR levaria a um aumento no valor esperado do custo e uma diminuição nos valores esperados de déficit de energia. Adicionalmente, ressalta-se que não houve variações consideráveis no tempo computacional para a resolução de ambos os casos; especificamente, não houve aumento maior do que 3% no tempo de resolução e, assim, conclui-se que a inclusão da aversão a risco não gerou um aumento apreciável no esforço computacional.

Para verificar o comportamento do sistema perante às variações no parâmetro λ , a Figura 4 mostra o custo operacional ao longo do horizonte de planejamento para os diferentes parâmetros.

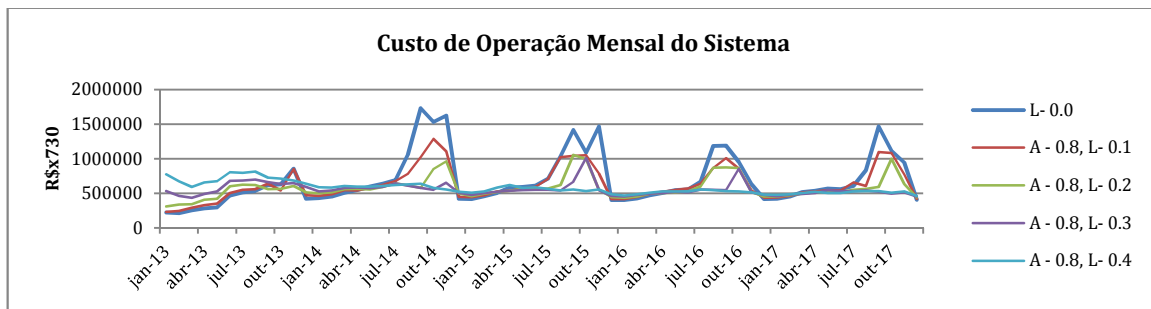


Figura 4 – Custo de Operação Mensal ($\alpha = 0.8$)

Observa-se que para os casos mais avessos a risco, há um custo de operação inicial maior para enchimento dos reservatórios. Verifica-se a possibilidade de uma operação mais econômica e estável nos estágios finais. A Figura 5 apresenta os valores de energia armazenada no sistema.

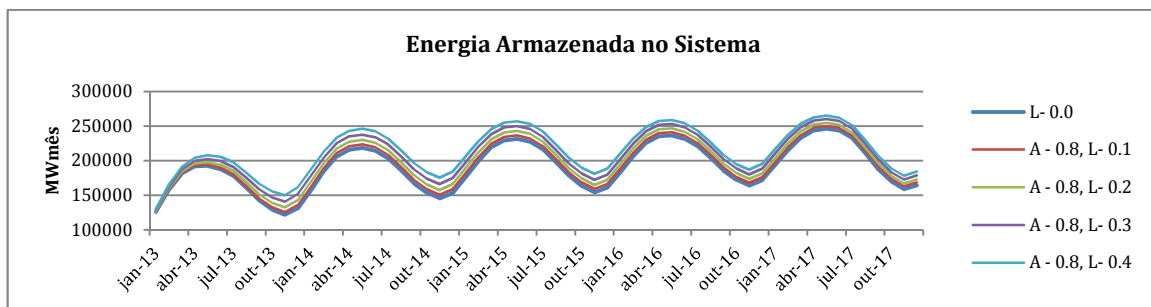


Figura 5 – Energia Armazenada Final no Sistema ($\alpha = 0.8$)

Observa-se que quanto maior o valor de λ mais os reservatórios tendem a estarem cheios ao longo de todo o planejamento, o que é esperado de uma política avessa a risco. Para o enchimento dos reservatórios, espera-se uma diminuição na geração hidráulica, cujo gráfico é mostrado na Figura 6.

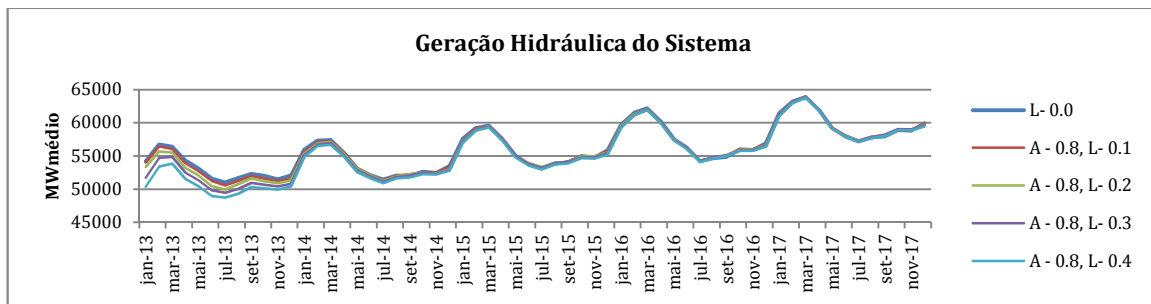


Figura 6 – Geração Hidráulica do Sistema ($\alpha = 0.8$)

A Figura 7 apresenta os valores esperados de geração térmica do sistema.

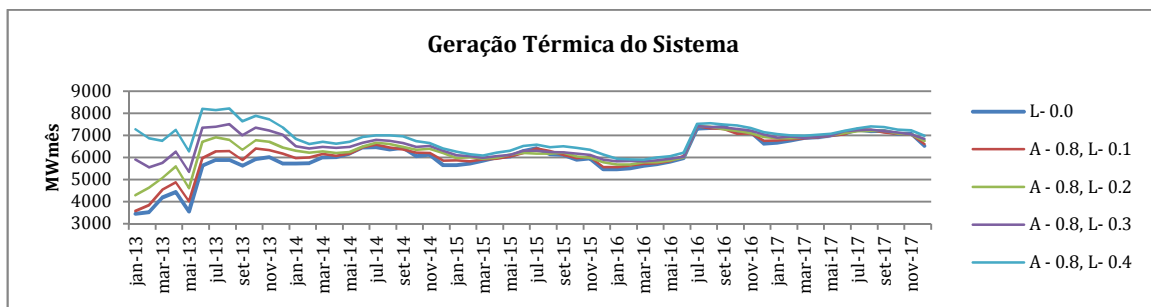


Figura 7 – Geração Térmica do Sistema ($\alpha = 0.8$)

Como pode ser observado, há uma considerável complementação térmica no início do planejamento. Um gráfico bastante importante para análise é o gráfico da Figura 8, que contém os valores esperados de déficit total para o sistema.

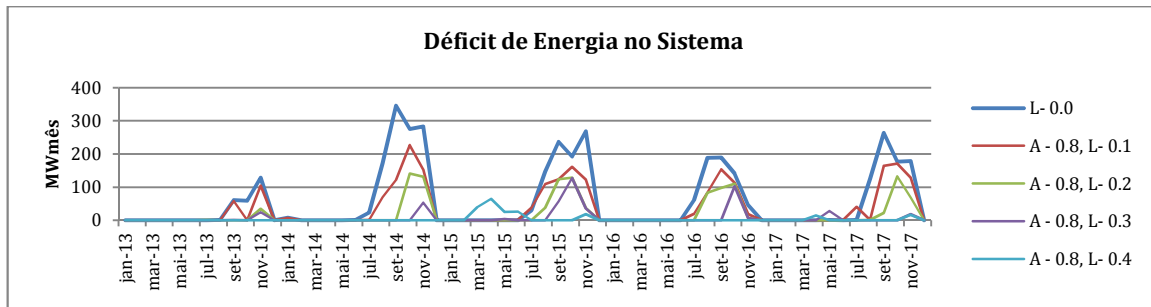


Figura 8 – Déficit Total no Sistema ($\alpha = 0.8$)

É possível perceber uma diminuição considerável nos níveis de déficit quando considera-se mais intensamente a aversão a risco no problema. Isto, obviamente impacta no Custo Marginal de Operação (CMO) que, por conseguinte, apresenta diversos impactos para o planejamento.

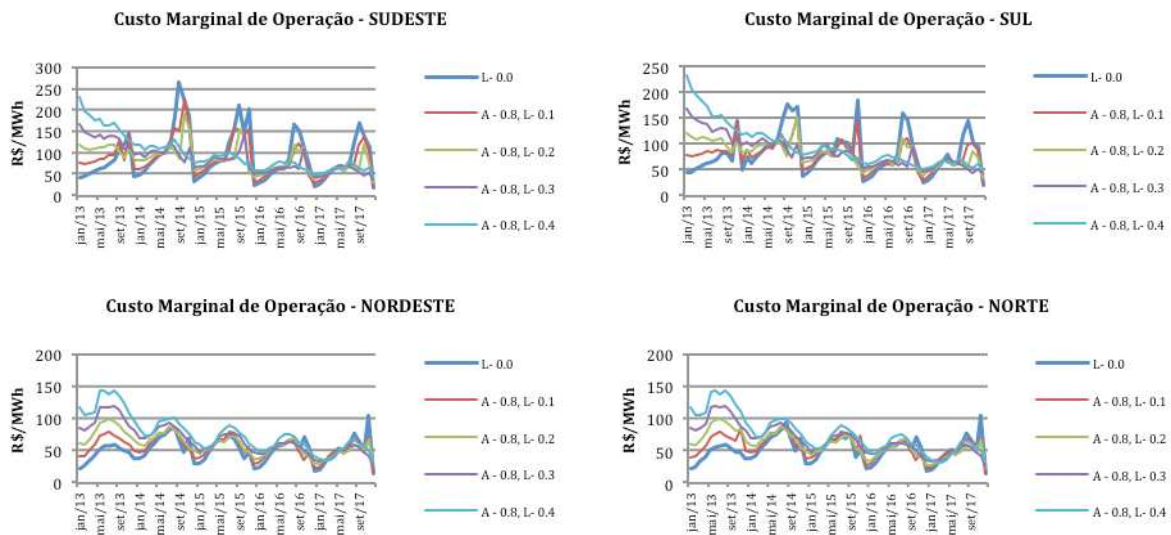


Figura 9 – Custo Marginal de Operação ($\alpha = 0.8$)

Em geral, verifica-se um aumento no valor do CMO no início do planejamento para as políticas mais avessas. Em contramão, têm-se comportamentos mais bem definidos para os períodos restantes, com diminuição considerável nos picos de custo.

Para verificar a variação da política com o parâmetro α , que define o quantil de custo a ser considerado, realizaram-se algumas simulações computacionais com um valor fixo para λ de 0.3. A figura 10 apresenta o custo de operação mensal para cada caso.

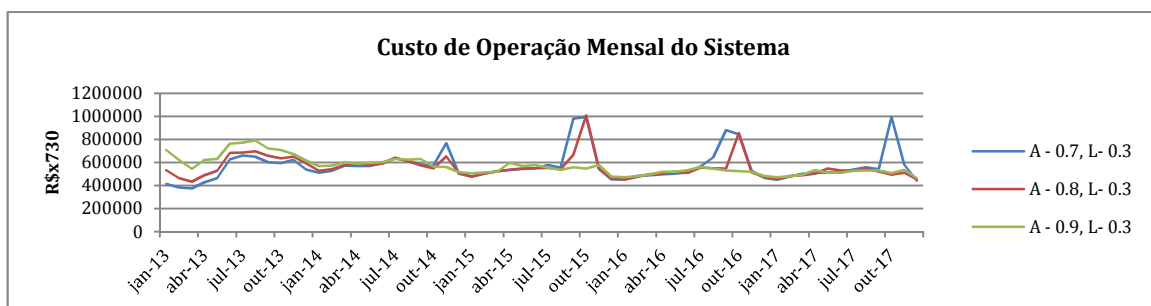


Figura 10 – Custo Marginal de Operação ($\lambda = 0.3$)

A Figura 11 mostra o valor esperado de armazenamento para diferentes valores do parâmetro α , em que se espera que maiores valores deste parâmetro leve a políticas mais conservadoras.

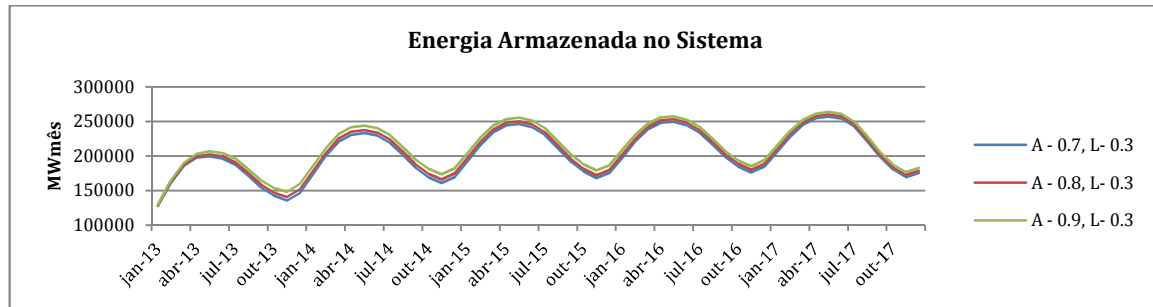


Figura 11 – Energia Armazenada no Sistema ($\lambda = 0.3$)

Espera-se que a política mais avessa a risco, gerada por maiores valores para o parâmetro α , acarrete em uma política segura, com menor valores esperados de déficit. Sendo assim, a Figura 12 mostra o déficit esperado total no SIN.

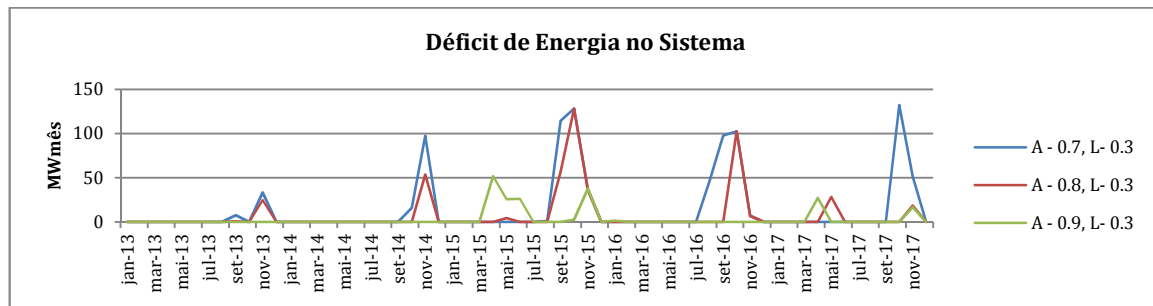


Figura 12 – Déficit Total no Sistema ($\lambda = 0.3$)

5.0 - CONCLUSÕES

O trabalho mostrou resultados da implementação da medida de risco CVaR ou *conditional value at risk* na metodologia da PDE e fechos convexos. Sendo assim, foi abordada uma deficiência da metodologia anteriormente desenvolvida quanto ao tratamento do risco, visto que com um número de discretizações, obtinham-se políticas menos seguras. Observou-se que com a implementação do CVaR foi possível a obtenção de políticas mais avessas a risco, com diminuições consideráveis nos níveis de déficit.

Resultados pontuais mostram que de acordo com os parâmetros considerados, têm-se intensidades distintas para aversão a risco e obtiveram-se comportamentos esperados de elevação nos níveis dos reservatórios, aumento de complementação térmica e diminuição nos valores de déficit, por exemplo.

Por fim, ao final do processo da implementação da medida CVaR à metodologia de PDE com fechos convexos tem-se uma metodologia mais flexível, que permite um controle na intensidade do risco a ser considerado, o que resulta em uma ferramenta mais confiável para o cálculo da política energética do SIN do que a versão neutra a risco, além de satisfazer uma importante demanda atual do setor elétrico brasileiro.

6.0 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Maceira, M. E. P.; Terry, L. A.; Costa, F. S.; Damázio, J. M. and Melo, A. C. G.; "Chain of optimization models for setting the energy dispatch and spot price in the brazilian system". in 14th Power Systems Computation Conference (PSCC), Sevilla - Spain, June 2002.
- [2] Marcato, A. L. M., (2002), Representação Híbrida de Sistemas Equivalentes e Individualizados para o Planejamento da Operação de Médio Prazo de Sistemas de Potência de Grande Porte, Tese de Doutorado, PUC-Rio, Rio de Janeiro.

- [3] Pereira, M. V. F. and Pinto, L. M. V. G., "Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning". *Mathematical Programming*, 52:359-375, 1991.
- [4] Fortunato, L. A. M., Neto, A. and Alencar, T. (1990). *Introdução ao Planejamento da Expansão e Operação de Sistemas de Produção de Energia Elétrica*, EDUFF, Niterói – RJ.
- [5] CEPEL, "Manual de Referência – Modelo NEWAVE", Relatório Técnico, CEPEL, Rio de Janeiro, RJ, 2001.
- [6] Gorenstin, B. G., Campodonico, N. M., Costa, J. P., e Pereira, M. V. F., "Stochastic optimization of a hydro-thermal system including network constraints". Power Industry Computer Application Conference, 1991.
- [7] Dias, B. H.; Marcato, A. L. M.; Souza, R. C., Soares, M. P.; Silva Jr, I. C.; Oliveira, E. J.; Brandi, R. B. S.; and Ramos, T. P., "Stochastic Dynamic Programming Applied to Hydrothermal Power Systems Operation Planning Based on the Convex Hull Algorithm", *Mathematical Problems in Engineering* vol. 2010.
- [8] Dias, B. H.; Marcato, A. L. M.; Souza, R. C., Soares, M. P.; Silva Jr, I. C.; Ramos, T. P.; Brandi, R. B. S.; Oliveira, E. J.; e Tomim, M. A., " Programação dinâmica estocástica aplicada ao planejamento da operação do sistema elétrico brasileiro através do uso de processamento paralelo", 42º Simpósio Brasileiro de Pesquisas Operacionais (SBPO), Bento Gonçalves, RS – Brasil, Ago/Set, 2010.
- [9] Dias, B. H.; Tomim, M. A.; Marcato, A. L. M.; Ramos, T. P.; Brandi, R. B. S.; Silva Jr, I. C., and Filho, J. A. P., "Parallel computing applied to the stochastic dynamic programming for long term operation planning of hydrothermal power systems", *European Journal of Operational Research*, pp. 212-222, 2013.
- [10] Brandi, R. B. S., Processo Iterativo de Construção da Função de Custo Futuro na Metodologia PDE-Convex-Hull. Dissertação de Mestrado, UFJF, Juiz de Fora, MG, Brasil, 2011.
- [11] Rockafellar R.T. and Uryasev. S., "Optimization of conditional value at risk", *The Journal of Risk*, 2:21-41, 2000.
- [12] Philpott A.B., de Matos V.L., "Dynamic sampling algorithms for multi-stage stochastic programs with risk aversion", *European Journal of Operational Research* 218 (2012) 470–483.
- [13] Shapiro, A.; Tekaya, W.; da Costa, J. P.; Soares, M. P., "Risk neutral and risk averse Stochastic Dual Dynamic Programming method", *European Journal of Operational Research* 224 (2013) 375–391.
- [14] Shapiro A., "Analysis of stochastic dual dynamic programming method", *European Journal of Operational Research* 209 (2011) 63–72.
- [15] Philpott A.B.; de Matos V.L.; Finardi E. C., "On solving multistage stochastic programs with coherent risk measures", *Mathematical Optimization Society*, 2012.
- [16] ONS, página oficial do Operador Nacional do Sistema, disponível em <http://www.ons.com.br>, acessado em abril 2013.

7.0 - AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq, CAPES, FAPEMIG e ANEEL, juntamente com as 20 empresas do Setor Elétrico Brasileiro que financiam o P&D Estratégico no tema "Modelos de Despacho Hidrotérmico". Agradece-se ainda à empresa Duke Energy pelo apoio.