



**XXII SNTPEE  
SEMINÁRIO NACIONAL  
DE PRODUÇÃO E  
TRANSMISSÃO DE  
ENERGIA ELÉTRICA**

BR/GOP/19  
13 a 16 de Outubro de 2013  
Brasília - DF

**GRUPO - IX**

**GRUPO DE ESTUDO DE OPERAÇÃO DE SISTEMAS ELÉTRICOS - GOP**

**INCORPORAÇÃO DA INCERTEZA DOS PARÂMETROS DO MODELO PAR(P) NO DESPACHO  
HIDROTÉRMICO**

**Bernardo Bezerra (\*)**  
PUC-Rio e PSR

**Álvaro Veiga**  
PUC-Rio

**Luiz Augusto Barroso**  
PSR

**Sergio Granville Mario Veiga Pereira**  
PSR

**RESUMO**

Algoritmos de PDE e PDDE têm sido amplamente aplicados para determinar uma política operativa ótima para o despacho hidrotérmico estocástico de longo prazo, junto com modelos de vazão PAR(p). No entanto, nota-se que os parâmetros dos modelos PAR(p) estão sujeitos a incerteza, já que são funções de fenômenos aleatórios. A existência desta incerteza significa que há um risco da política operativa não ser ótima. Este trabalho tem como objetivo quantificar o impacto da incerteza dos parâmetros e propor uma metodologia para se construir uma política operativa hidrotérmica robusta a esta incerteza. A metodologia proposta é testada em estudos de caso.

**PALAVRAS-CHAVE**

Despacho Hidrotérmico, Incerteza nos parâmetros, Modelo periódico autoregressivo, Programação Dinâmica Estocástica

**1.0 - INTRODUÇÃO**

O objetivo do planejamento da operação hidrotérmica de médio e longo prazo é definir as metas para geração de cada hidroelétrica e termelétrica, a fim de atender à demanda projetada ao menor custo esperado de operação durante cada etapa do horizonte de planejamento e respeitando as restrições operacionais. O custo operacional inclui despesas com combustível e penalidades por não atender a demanda.

Diferente de usinas térmicas, as hidrelétricas não possuem custos operacionais diretos. Como a energia pode ser armazenada em termos de água do reservatório, as usinas hidrelétricas têm um custo de oportunidade de deslocar o custo do combustível hoje ou no futuro. O cálculo deste custo de oportunidade, que é também chamado de "valor da água", é um problema de otimização bastante complexo por ser um processo de decisão acoplado no tempo e, como é impossível ter previsões perfeitas das vazões afluentes futuras, sua incerteza é representada por meio de cenários, o que torna o problema operação hidrotérmica também estocástico.

Algoritmos de Programação Dinâmica Estocástica (PDE) têm sido amplamente aplicados para determinar uma política operativa ideal para o despacho hidrotérmico de longo prazo e têm sido utilizados por vários anos em diversos países com predominância hidroelétrica (1)(2)(3). No entanto, o esforço computacional da PDE cresce exponencialmente com o número de reservatórios, a conhecida "maldição da dimensionalidade", o que limita sua aplicação para sistemas de grande porte como o brasileiro. Em 1985, a Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE)(4), que é baseada em decomposição de Benders multi-estágio, surgiu para resolver o problema de forma computacionalmente eficiente, sem a necessidade de enumerar todos os espaços de estados e, desde então vem sendo aplicada com sucesso em mais de 60 países, incluindo o Brasil.

Em ambas as técnicas a decisão sobre uso ótimo da água armazenada corresponde à escolha do volume final que minimiza a soma dos custos imediato e futuro. A Função de Custo Imediato (FCI) está relacionada aos custos

(\*) Praia de Botafogo, nº 228 - sala 1701 - Ala A - CEP 22.250-906 Rio de Janeiro, RJ, Brasil  
Tel: (+55 21) 3906-2100 - Fax: (+55 21) 3906-2121 - Email: bernardo@psr-inc.com

degração térmica no estágio  $t$ . À medida que o armazenamento final aumenta, um menor volume de água estará disponível para produção de energia nesta etapa. Como resultado, há necessidade de maior geração térmica para atender a demanda, e o custo imediato sobe. Por sua vez, a Função de Custo Futuro (FCF) está associada às despesas esperadas de geração térmica da etapa  $t + 1$  até o final do período de planejamento e diminui com o armazenamento final, à medida que um maior volume de água é disponibilizado para uso futuro.

Um aspecto interessante é que, seja na abordagem da PDE ou na PDDE, a geração dos cenários de afluência futura é um componente crítico. A razão é que a produção de cenários futuros de vazões caracteriza a estocasticidade do problema. Embora existam muitos modelos estatísticos disponíveis na literatura(5)(6)(7)(8), a estocasticidade das afluições é comumente representada através de modelos auto-regressivos periódicos de lag  $p$ , mais conhecidos como “modelos PAR (p)” (4). A partir dos parâmetros estatísticos extraídos das observações históricas de cada posto de vazão, estes modelos são capazes de produzir cenários “sintéticos” de vazões representando a sua sazonalidade, dependência serial e espacial dentro de uma bacia hidrográfica e entre bacias diferentes, que são utilizados na simulação final da operação hidrotérmica. Adicionalmente, estes cenários são utilizados na recursão backward da PDE – fase conhecida também como cálculo da política operativa - para calcular a distribuição de probabilidade das vazões no estágio  $t$  condicionada aos valores observados nos estágios  $t-1$ ,  $t-2$ , ...,  $t-p$ . Os cenários de vazões afluentes são multivariados, com uma componente para cada usina hidrelétrica, e usualmente produzidos através de simulação de Monte Carlo. Técnicas de otimização estocástica com base nos modelos PAR (p) têm sido aplicadas com sucesso em todo o mundo para a programação do despacho de sistemas hidrotérmicos reais, como o Brasil (9).

Em todas as aplicações, a estimativa dos parâmetros estatísticos do modelo PAR (p) é baseada nos dados históricos disponíveis de cada posto de vazão. No entanto, nota-se que os estimadores estão sujeitos a uma incerteza: como as vazões observadas no histórico são uma realização de um fenômeno aleatório, os estimadores também são funções de fenômenos estocásticos. Isso significa que, além da incerteza sobre as vazões, também há incerteza sobre os parâmetros estatísticos, o que não é atualmente representado no modelo PAR (p) padrão. A existência de incerteza nos parâmetros significa que há um risco de que a política da operação hidrotérmica planejada considerando um modelo PAR(p) tradicional não será a ótima. Por exemplo, se houver um viés negativo na projeção de vazões futuras, a água pode ser armazenada sem necessidade nos reservatórios, o que aumenta a probabilidade de vertimento no futuro. Por outro lado, se houver viés positivo, o deplecionamento do reservatório pode ser maior que o necessário, levando a maiores custos operativos no futuro. A Figura 1 ilustra o impacto da estimação de parâmetros com viés negativo na FCF e na Função de Custo Total (FCT), soma de FCF com FCI. A subestimativa das vazões futuras faz com que os reservatórios operem mais cheios que o necessário, resultando em um custo adicional para o sistema.

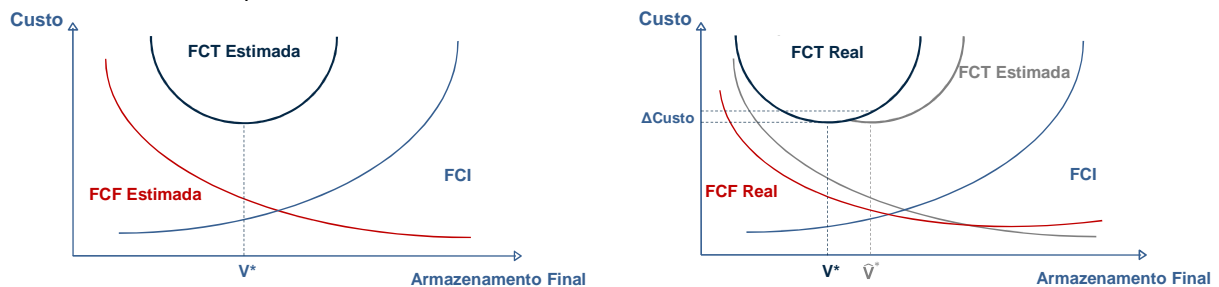


FIGURA 1 – Impacto da incerteza dos parâmetros na Função de Custo Total

Muitos trabalhos têm sido desenvolvidos com o objetivo de avaliar o erro da estimativa dos parâmetros. Uma técnica comumente utilizada é o cálculo do intervalo de confiança do estimador, que, para alguns parâmetros (e.g. média, desvio padrão, autocorrelação), podem ser calculados através de fórmulas estatísticas clássicas ou mesmo por técnicas de amostragem, como, por exemplo, Jackknife ou Bootstrap (12). Adicionalmente, métodos de Bootstrap, aproximação assintótica normal e modelo de média Bayesiana, também podem quantificar o efeito da incerteza nos parâmetros no modelo estocástico (13). O impacto da incerteza dos parâmetros do modelo estocástico de vazões no despacho hidrotérmico e a necessidade de sua representação da política operativa foram analisados e discutidos em (16).

O objetivo deste Informe Técnico é complementar estes trabalhos e apresentar uma metodologia para incorporar a incerteza dos parâmetros do modelo PAR (p) no problema de programação estocástica hidrotérmica. No conhecimento dos autores, a incorporação da incerteza dos parâmetros na política operativa do despacho hidrotérmico não se encontra na literatura e este trabalho contribui para fechar esta lacuna.

Este trabalho está organizado da seguinte forma: o Capítulo 2 apresenta os principais conceitos do despacho hidrotérmico estocástico, o Capítulo 3 apresenta uma metodologia para a geração de séries sintéticas de vazão considerando incerteza nos parâmetros do modelo e como incorporar esta incerteza na política operativa, o Capítulo 4 apresenta um estudo de caso e o Capítulo 5 finaliza com conclusões.

## 2.0 - DESPACHO HIDROTÉRMICO ESTOCÁSTICO

O objetivo do despacho hidrotérmico é determinar uma estratégia ótima para a utilização da água armazenada nos reservatórios, produzindo como resultado metas de geração para cada usina ao longo do período de planejamento. Esta estratégia deve minimizar o valor esperado dos custos operativos ao longo de todo o período de planejamento, incluindo custo de combustível, O&M variável e custo da energia não suprida (ENS). As hidrelétricas são despachadas com base nos seus respectivos valores da água que, por sua vez, são calculados através de uma FCF obtida por uma metodologia de otimização estocástica multi-estágio. Por facilidade de apresentação, neste trabalho a técnica de PDE será utilizada em conjunto com um modelo estocástico de vazões PAR(p) de ordem 1. Apresenta-se a seguir a descrição do modelo PAR(p) e em seguida uma formulação simplificada do problema de 1 estágio na recursão da PDE. Mais detalhes podem ser encontrados em (9).

### 2.1 O MODELO ESTOCÁSTICO DE VAZÕES PAR(P)

Modelos periódicos autoregressivos de vazões afluentes são usualmente utilizados em hidrologia. A sazonalidade da média e do desvio-padrão mensal é considerada através da padronização das afluições. O modelo PAR(p) é atrativo para os modelos de otimização do despacho hidrotérmico pela relação linear entre a vazão em um estágio t e as vazões dos estágios anteriores (t-1, t-1,...,t-p) e pela preservação da variância e autocorrelação das vazões anuais, fato estilizado de sistemas com regularização plurianual como o do Brasil(7).

A ordem do modelo autoregressivo univariado das vazões mensais de uma usina é escolhida de maneira a tornar o resíduo um ruído branco, ou seja, sem estrutura de correlação. Os parâmetros são estimados de maneira a preservar a correlação serial das vazões afluentes. Para modelos multivariados, a correlação cruzada entre as vazões de diferentes usinas é representada através de uma matriz de covariância dos erros dos modelos univariados (11).

Devido à natureza não-negativa das vazões mensais, a normalidade não pode ser assumida no modelo. Como alternativa, uma distribuição lognormal é assumida para o modelo. Cada parâmetro da distribuição é escolhido com o objetivo de preservar média e desvio padrão dos dados do histórico de afluições da usina.

Por simplicidade, um modelo univariado de ordem 1, PAR(1), será assumido neste trabalho, mas os desenvolvimentos aqui apresentados podem ser estendidos para modelos com ordem maiores e multivariados. Seja  $A_t$  a afluição do estágio t. Seja  $\xi_t$  um ruído branco lognormal,  $\rho_t$  a autocorrelação serial e  $\mu_{ti}$  e  $\sigma_{ti}$  a média e desvio padrão da usina i no estágio t. O modelo PAR(1) da usina i para o estágio t pode ser expresso por:

$$(A_{t+1,i} - \mu_{t+1,i})/\sigma_{t+1,i} = \rho_t (A_t - \mu_t)/\sigma_t + \sqrt{1 - \rho_t^2} \xi_t \quad [1]$$

### 2.2 O problema de despacho hidrotérmico

Por facilidade de apresentação, neste trabalho o problema de despacho de um estágio do SDDP será formulado de uma maneira diferente da tradicional. Ao invés de ter como variável de estado a vazão do mês anterior,  $A_{t-1}$ , usaremos a vazão do mês corrente<sup>1</sup>,  $A_t$ . A formulação do despacho hidrotérmico de 1 estágio é dada por:

$$\alpha_t(V_t, A_t) = \min \sum_{j=1}^J c_j g_{tj} + \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \alpha_{t+1}^l \quad [2]$$

Sujeito a:

$$V_{t+1,i} = V_{ti} + A_{ti} - U_{ti} - S_{ti} + \sum_{m \in M_i} (U_{tm} + S_{tm}) \quad \forall i \quad [3]$$

$$V_{t+1,i} \leq \bar{V}_i \quad \forall i \quad [4]$$

$$U_{ti} \leq \bar{U}_i \quad \forall i \quad [5]$$

$$g_{tj} \leq \bar{g}_j \quad \forall j \quad [6]$$

$$\sum_{i=1}^I \eta_i U_{ti} + \sum_{j=1}^J g_{tj} = d_t \quad [7]$$

$$(A_{t+1,i}^l - \mu_{t+1,i})/\sigma_{t+1,i} = \rho_{ti} (A_{ti} - \mu_{ti})/\sigma_{ti} + \sqrt{1 - \rho_{ti}^2} \xi_{ti}^l \quad \forall l \forall i \quad [8]$$

$$\alpha_{t+1}^l(V_{t+1,i}, A_{t+1,i}^l) = \alpha^l \quad \forall l \quad [9]$$

Onde i indexa as hidrelétricas; I número de hidrelétricas; j indexa as térmicas; J número de térmicas; t indexa os estágios; T número de estágios;  $c_j$  custo operativo unitário da térmica j;  $g_{tj}$  energia produzida pela térmica j;  $V_{ti}$  volume armazenado na hidrelétrica i no início do estágio t;  $A_{ti}$  volume lateral afluente à hidrelétrica i durante o estágio t;  $U_{ti}$  volume turbinado pela hidrelétrica i durante o estágio t;  $S_{ti}$  volume vertido pela hidrelétrica i durante o estágio t;  $M_i$  conjunto de usinas imediatamente a montante da hidrelétrica i;  $\bar{V}_i$  armazenamento máximo da hidrelétrica i;  $\bar{U}_i$  Limite de turbinamento da hidrelétrica i;  $\eta_i$  coeficiente de produção da hidrelétrica i;  $\bar{g}_j$  geração máxima da termelétrica j; l indexa as aberturas da fase backward e  $d_t$  demanda no estágio t.

<sup>1</sup> Estas formulações são equivalentes, isto é, levam ao mesmo custo esperado total.

A FCF  $\alpha_{t+1}^1$  é expressa como uma variável escalar sujeita a restrições lineares, calculadas pela interpolação do esquema de PDE.

### 3.0 - REPRESENTAÇÃO DA INCERTEZA DAS VAZÕES NO DESPACHO HIDROTÉRMICO

Um processo estocástico representa um conjunto de possíveis trajetórias de um fenômeno físico (e.g. vazão) com suas respectivas probabilidades. O uso de modelos estocásticos para representar estes fenômenos está sujeito a dois tipos principais de erros: (i) incerteza na escolha da distribuição de probabilidade (e.g. normal e log-normal) e (ii) incerteza na estimação dos parâmetros. O foco deste trabalho está neste último tipo de erro.

No contexto do despacho hidrotérmico, os parâmetros do modelo estocástico de vazões,  $\{\mu_{ti}, \sigma_{ti}, \rho_{ti}, \forall i\}$  são estimados a partir do registro histórico de vazões, que representa apenas uma possível realização do processo estocástico. Dado que este registro histórico é limitado (tipicamente de 40 a 80 anos) há uma incerteza quanto a esta estimativa. Por exemplo, o estimador da média,  $\mu_{ti}$ , possui tipicamente uma distribuição de probabilidade Normal com média  $\hat{\mu}_{ti}$  (média amostral, isto é, calculada a partir da amostra histórica) e desvio padrão  $\hat{\sigma}_{ti}/\sqrt{N}$ , onde  $N$  é o número de anos do registro histórico. Isto significa que o “verdadeiro” valor da média (valor de população) pode ser diferente de  $\hat{\mu}_{ti}$  e que quanto maior o tamanho do histórico menor a incerteza.

Atualmente, esta incerteza no valor dos parâmetros é ignorada tanto no cálculo da política operativa como na geração de cenários de vazões para a simulação final. O risco de se ignorar esta incerteza é que a simulação probabilística pode ser otimista, caso desconsidere secas severas que seriam implausíveis sob o ponto de vista dos parâmetros utilizados, mas que seriam possíveis casos os parâmetros fossem diferentes (por exemplo, média menor, desvio padrão e coeficiente de correlação maiores do que os utilizados).

Em outras palavras, existe um viés desconhecido nas vazões sintéticas quando se assume que os parâmetros de população são iguais aos parâmetros amostrais das vazões observadas. Se o viés for negativo (vazões afluentes menores que os valores de população), a água pode ser armazenada desnecessariamente nos reservatórios devido a uma perspectiva de vazões secas no futuro, aumentando a propabilidade de vertimento no futuro (desperdício de combustível). Por outro lado, se o viés for positivo (vazões afluentes maiores que os valores de população), a política operativa irá deplecionar os reservatórios mais rápido do que o necessário, resultando no despacho de térmicas mais caras no futuro ou mesmo em uma falha de suprimento da demanda. A primeira questão é, portanto, como gerar séries de aflúncias que incorporam a incerteza nos parâmetros. Este tema será discutido a seguir.

#### 3.1 Modelo estocástico incorporando incerteza nos parâmetros

Propõe-se neste trabalho uma abordagem hierárquica, que produz amostras dos “dados do histórico” que serão utilizadas para estimar os parâmetros. Esta abordagem é descrita a seguir:

- Estime os parâmetros amostrais  $\{\hat{\mu}_{ti}, \hat{\sigma}_{ti}, \hat{\rho}_{ti}, \forall i\}$  a partir dos registros históricos e utilizando o procedimento tradicional. Gere  $S$  sequências de aflúncias de comprimento  $T$  (número de anos do estudo operativo), utilizando os parâmetros amostrais. Por exemplo, para  $T = 5$  anos, teremos  $S = 1.000$  sequências de vazões, cada qual com 60 meses. Este conjunto de sequência de aflúncias é chamado de Sequência Mãe e equivale a metodologia atual de geração de séries sintéticas de vazão.
- Utilize estes parâmetros amostrais para gerar  $S$  sequências independentes de vazões, cada qual com o mesmo comprimento  $N$  do registro histórico. Por exemplo, se  $S = 1.000$  e  $N = 80$ , geraremos 1.000 séries de vazões, cada qual com 80 anos (960 meses).
- Cada uma das  $s = 1, \dots, S$  sequências geradas no passo (b) pode ser vista como um *histórico alternativo*. Estime os parâmetros amostrais  $\{\hat{\mu}_{ti}^s, \hat{\sigma}_{ti}^s, \hat{\rho}_{ti}^s, \forall i\}$  a partir das vazões de cada sequência. O conjunto  $\{\{\hat{\mu}_{ti}^s, \hat{\sigma}_{ti}^s, \hat{\rho}_{ti}^s, \forall i\}, s = 1, \dots, S\}$  representa implicitamente a distribuição de probabilidade conjunta dos estimadores da média, desvio padrão e coeficiente de correlação das vazões. Este conjunto de sequência de aflúncias é chamado de Sequência Filha.
- Para cada vetor de parâmetros  $\{\hat{\mu}_{ti}^s, \hat{\sigma}_{ti}^s, \hat{\rho}_{ti}^s, \forall i\}$ , gere  $S$  sequências de aflúncias de comprimento  $T$ . Por exemplo, para  $T = 5$  anos, teremos  $S = 1.000$  conjuntos de 1000 sequências de vazões, cada qual com 60 meses. Cada conjunto de sequência de aflúncias é chamado de Sequência Neta.

A metodologia utilizada neste trabalho é bastante conhecida na literatura (14) para avaliar o desvio padrão e/ou a distribuição de probabilidade dos estimadores.

#### 3.2 Problema de despacho hidrotérmico com incerteza nos parâmetros

Dado que qualquer um dos  $S$  vetores de parâmetros do conjunto  $\{\{\hat{\mu}_{ti}^s, \hat{\sigma}_{ti}^s, \hat{\rho}_{ti}^s, \forall i\}, s = 1, \dots, S\}$  é igualmente plausível, uma primeira alternativa para tornar o despacho hidrotérmico robusto à incerteza dos parâmetros seria escolher o vetor de parâmetros que, ao ser representado na política, leva ao menor custo operativo quando a operação com

todos os Sconjuntos de Sequência Netas é simulada. Ou seja, quando se representa a distribuição de probabilidade conjunta dos estimadores da média, desvio padrão e coeficiente de correlação das vazões.

Este vetor de parâmetros ótimo poderia ser obtido por enumeração, porém com um grande esforço computacional, uma vez que envolveria o cálculo de S políticas operativas. Propõe-se neste trabalho a utilização de técnicas de clusterização para agregar os vetores de parâmetros semelhantes. Uma dificuldade para a clusterização é a dimensionalidade do vetor de parâmetros. Por exemplo, se o número de hidrelétricas for  $I = 100$ , teríamos 3 parâmetros por usina (média, desvio padrão e coeficiente de correlação)  $\times 100$  usinas = 300 dimensões. Propõe-se neste trabalho a “clusterização” dos parâmetros em termos da energia natural afluente anual ao sistema, utilizando-se a técnica do k-means(17), o que reduz a dimensão do vetor de parâmetros para 2 (média e desvio padrão anual).

Observa-se, no entanto, que no procedimento utilizado acima ainda há uma incoerência entre política e simulação: na política, um único vetor de parâmetros é utilizado, enquanto a simulação é realizada para as Sequências Netas. Neste trabalho apresenta-se uma proposta para usar a distribuição do vetor de parâmetros no cálculo da política. A proposta consiste em replicar o leque de L aflúências para o estágio  $t + 1$  para cada um dos  $m = 1, \dots, M$  vetores de parâmetros que correspondem aos centroides dos clusters calculados conforme o procedimento descrito anteriormente, conforme ilustrado na figura a seguir.

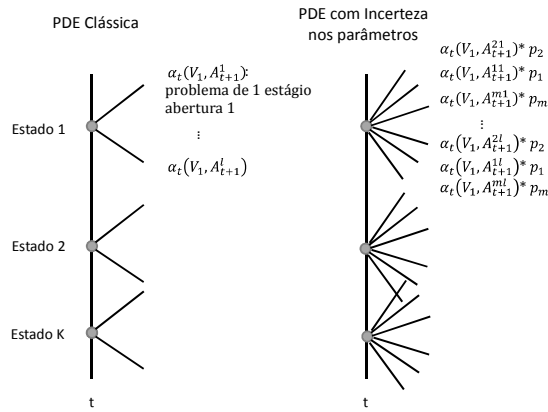


FIGURA 2 – Incorporação da incerteza nos parâmetros na política

A formulação para o problema de despacho de um estágio é apresentada a seguir.

$$\alpha_t(V_t, A_t) = \min \sum_{j=1}^J c_j g_{tj} + \sum_{m=1}^M p_m \omega_{t+1}^m \quad [10]$$

Sujeito a (além das restrições [3] – [7]):

$$(A_{t+1,i}^{ml} - \mu_{t+1,i}^m) / \sigma_{t+1,i}^m = \rho_{t+1,i}^m (A_{ti} - \mu_{ti}^m) / \sigma_{ti}^m + \sqrt{1 - \rho_{ti}^2} \xi_{ti}^l \quad \forall m \forall l \forall i \quad [11]$$

$$\alpha_{t+1}^l(V_{t+1,i}, A_{t+1,i}^l) = \alpha^l \quad \forall l \forall m \quad [12]$$

$$\omega_{t+1}^m = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \alpha_{t+1}^{ml} \quad [13]$$

O conjunto de pesos  $\{p_m, m = 1, \dots, M\}$  na soma das funções de custo futuro da função objetivo representa a fração dos S vetores de parâmetros que está em cada “cluster” m, isto é,  $p_m = S_m/S$ . Esta formulação faz com que o cálculo da política operativa represente a distribuição de probabilidade conjunta dos parâmetros e, portanto, é coerente com as séries utilizadas na simulação.

#### 4.0 - ESTUDO DE CASO

A abordagem proposta foi testada a um sistema com uma única hidrelétrica e 3 termelétricas, resultando em um parque com predominância hidrelétrica de 80%, valor similar ao do Brasil. As termelétricas possuem capacidade de 80 MW, 110 MW e 90 MW, e custo variável de 80 \$/MWh, 30 \$/MWh e 115 \$/MWh, respectivamente. Apesar de simples, esta configuração busca sintetizar a essência do despacho hidrotérmico. As características físicas da hidrelétrica de Furnas, localizada na região sudeste do Brasil, no Rio Grande, foram utilizadas neste estudo de caso.

Foi utilizado custo de déficit de 1000 \$/MWh e taxa de desconto de 8% a.a. em termos reais. A operação do sistema foi calculada através do esquema de PDE com 50 estados discretizados do reservatório. Com objetivo de representar uma árvore completa de cenários e assim evitar problemas de amostragem e convergência do algoritmo de PDE, utilizou-se 10 cenários de vazão condicionados à etapa anterior e  $10^3 = 1000$  cenários de vazão na fase forward. Em outras palavras, o parâmetro  $Tes$  da metodologia descrita na seção anterior é 3 e 1000, respectivamente. A carga de energia mensal utilizada foi de 496 GWh (680 MW médios) e foi ajustada de maneira a se obter risco de qualquer déficit de energia igual a 1%. Esta carga foi considerada constante ao longo de todo horizonte do estudo e *flat* durante as horas do mês, ou seja, não foi considerada modelagem de sazonalidade e de

demanda de ponta. A simulação é iniciada em Março, considera armazenamento inicial igual a 88% do volume útil e vazão em Fevereiro igual à média histórica. A tabela a seguir apresenta as características da hidrelétrica.

Tabela 1 – Características da hidrelétrica

	Hidro
Capacidade (MW)	1147
Máximo turbinamento (m <sup>3</sup> /s)	1479
Coefficiente de produção médio (MW/m <sup>3</sup> /s)	0.783
Nível de armazenamento min./máx (hm <sup>3</sup> )	5733/22950

Com o objetivo de isolar os efeitos referentes à incerteza na escolha da distribuição de probabilidade e na ordem do modelo PAR(p), construiu-se um histórico sintético de 50 anos (Sequência Mãe) de vazões para a hidrelétrica com base nos valores de população  $\{\mu_t, \sigma_t, \rho_t\}$  do modelo PAR(1) da Tabela 2.

Tabela 2 – Parâmetros de população

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\mu$ (m <sup>3</sup> /s)	1750	1700	1450	1000	750	620	500	420	410	510	710	1300
$\sigma$ (m <sup>3</sup> /s)	600	600	600	350	250	250	250	250	250	250	320	460
$\rho$	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8

A Tabela 3 apresenta os parâmetros amostrais  $\{\hat{\mu}_t, \hat{\sigma}_t, \hat{\rho}_t\}$  estimados para a Sequência Mãe.

Tabela 3 – Parâmetros amostrais da Sequência Mãe

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\mu$ (m <sup>3</sup> /s)	1663	1651	1350	948	687	568	440	356	349	456	649	1255
$\sigma$ (m <sup>3</sup> /s)	472	488	446	291	209	175	176	161	191	183	242	391
$\rho$	0.76	0.62	0.67	0.53	0.64	0.72	0.75	0.75	0.75	0.74	0.69	0.67

A partir destes parâmetros 1000 históricos de 50 anos foram gerados (Sequências Filhas) e seus parâmetros amostrais  $\{\hat{\mu}_t^m, \hat{\sigma}_t^m, \hat{\rho}_t^m\}$  foram clusterizados em 5 clusters utilizando a técnica de k-means. Como a simulação hidrotérmica foi realizada para o período de 3 meses, a clusterização foi aplicada à média das vazões do primeiro trimestre. Em resumo, os parâmetros  $M$  e  $N$  da metodologia descrita anteriormente são 5 e 50, respectivamente. A Figura 3 apresenta  $\mu$  e  $\sigma$  das vazões médias de Março a Maio (período do estudo) da Sequência Mãe, da Sequência Filha e os centroides dos clusters. As probabilidades  $p$  de cada cluster são, respectivamente, 19,3%, 20,8%, 14,1%, 25,6% e 20,2%.

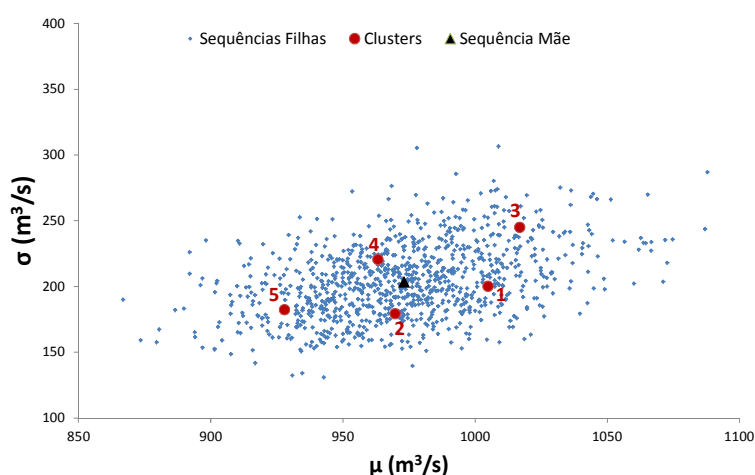


FIGURA 3 – Média e desvio-padrão das Sequências Filhas e dos centroides dos clusters

Primeiramente a política operativa foi realizada para os parâmetros amostrais  $\{\hat{\mu}_t, \hat{\sigma}_t, \hat{\rho}_t\}$ , metodologia atual de despacho hidrotérmico. Em seguida esta política foi simulada para cada uma das séries geradas a partir dos clusters (Sequência Neta). Estas sequências seriam possíveis candidatas para os valores de população. A Figura 4 a seguir compara o valor presente do custo esperado (custo térmico mais custo de déficit) e o intervalo de confiança das simulações realizadas. Observa-se que, se os valores de população forem próximos ao centroide do

cluster 5, os custos operativos reais são 6% maiores que os estimados.

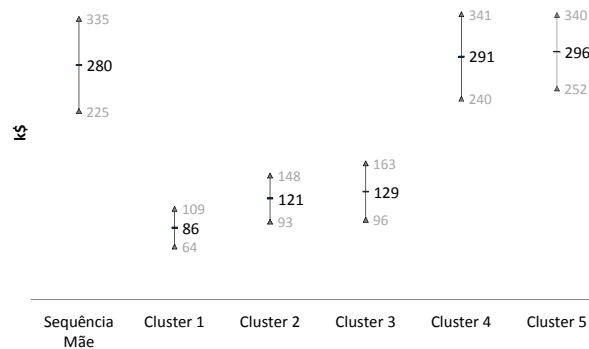


FIGURA 4 – Valor presente do custo operativo total – sem incerteza dos parâmetros

A política operativa foi então recalculada considerando incerteza nos parâmetros a partir de  $\{\hat{\mu}_t^m, \hat{\sigma}_t^m, \hat{\rho}_t^m\}$  e em seguida simulada com cada uma das séries geradas a partir dos clusters (Sequências Neta). A Figura 5 a seguir apresenta os mesmos resultados acima. Com exceção dos Clusters 2 e 3, a política com incerteza nos parâmetros apresentou redução nos custos operativos, chegando a uma redução de 7% no Cluster 5.

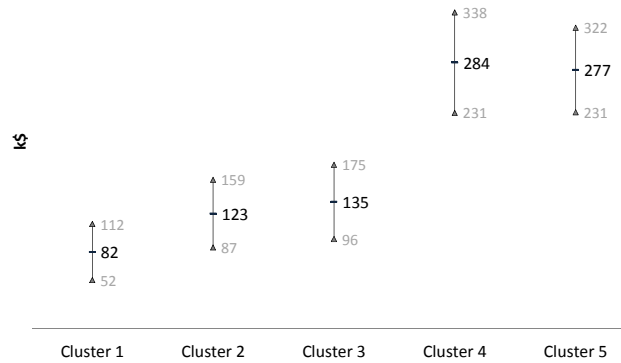


FIGURA 5 – Valor presente do custo operativo total – com incerteza dos parâmetros

Com o objetivo de analisar a robustez da política operativa proposta neste trabalho, calculou-se uma política operativa para cada cluster e realizou-se uma simulação final para cada M Sequências Netas. A Tabela 4 apresenta uma matriz com os resultados. A última coluna mostra o custo operativo médio ponderado pelas probabilidades  $p_m$ .

Tabela 4 – Matriz de custos operativos (kR\$)

		Simulação final					
		Cluster 1	Cluster 2	Cluster 3	Cluster 4	Cluster 5	Média
Política	Cluster 1	78	115	131	304	292	194
	Cluster 2	79	115	131	287	281	188
	Cluster 3	83	119	129	289	295	193
	Cluster 4	79	115	395	283	279	224
	Cluster 5	79	117	135	285	271	186
	Sequência Mãe	86	121	129	291	296	194
Incerteza parâmetros		82	123	135	284	277	186

Observa-se que, com exceção do Cluster 2, a política com incerteza nos parâmetros está entre a segunda e a quarta melhor. Quando se considera a média dos custos totais, a política ótima é aquela que considera a incerteza nos parâmetros, como era de se esperar. Um resultado interessante é que a política resultante do Cluster 5, que possui menor média, apresentou média dos custos totais igual ao da política com incerteza e foi a política com maior robustez frente a todos possíveis valores de população. Isto indica que é possível que uma política com incerteza nos parâmetros com viés para valores que produzem secas mais severas pode levar a custos operativos esperados menores. Em outras palavras, ao invés de utilizar a probabilidade  $p_m$  no cálculo da política operativa, pode ser mais interessante utilizar pesos maiores para os clusters mais secos.

## 5.0 - CONCLUSÃO

Técnicas de otimização baseadas nos modelos PAR(p) têm sido aplicadas com sucesso em modelos de despacho hidrotérmico reais em todo o mundo. Em todas as aplicações, a estimativa dos parâmetros do PAR(p) está baseada no histórico de dados disponível. No entanto, nota-se que os próprios estimadores estão sujeitos à variabilidade, uma vez que estes também são funções de um fenômeno aleatório. Isto significa que, adicionalmente à incerteza das vazões, existe também incerteza nos parâmetros estatísticos que não é capturada nos modelos PAR(p) tradicionais. A existência desta incerteza nos parâmetros significa que há um risco da política operativa hidrotérmica planejada não ser ótima, levando a maiores custos operativos. Neste trabalho o impacto da incerteza dos parâmetros do modelo PAR(p) foi quantificado, em um contexto de solução de problema de despacho hidrotérmico estocástico, e seu tratamento foi proposto através do aprimoramento da FCF. Foi mostrado que a incerteza dos parâmetros pode resultar em um aumento de 6% nos custos operativos do sistema e que a incorporação deste fenômeno no cálculo da política permite uma redução de 7% nos custos operativos. Por fim, mostrou-se que a política operativa proposta é a que leva ao menor custo operativo médio para o sistema. No entanto, a política robusta frente aos possíveis candidatos para os valores de população está relacionada aos parâmetros que levaram a secas mais severas. Como trabalho futuro, sugere-se analisar a otimização dos pesos dos centroides ao invés de utilizar as probabilidades  $p_m$ . Este trabalho serve como base e ponto de partida para discussões sobre a melhoria dos modelos de otimização estocástica para despacho hidrotérmico.

## 6.0 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- (1) Yakowitz, S., 1982. "Dynamic programming applications in water resources". Water Resources Research. 18(4), 673-696.
- (2) Stedinger, J. R., B. F. Sule, D. P. Loucks, "Stochastic Dynamic Programming Models for Reservoir Operation Optimization", Water Resources Research, 20(11), 1499-1505, 1984.
- (3) Tehada-Guibert, J.A., Johnson, S. A., Stedinger, J. R., 1995. "The value of hydrologic information in Stochastic dynamic programming models of a multi-reservoir system", Water Resources Research 31(10), 2571-2579.
- (4) M.V.F. Pereira and L.M.V.G. Pinto, "Stochastic Optimization of Multireservoir Hydroelectric System – a Decomposition Approach", Water Resource Research, Vol 21 No 6, 1985.
- (5) M. Pagano, "On periodic and multiple autoregression", Annals of Statistics, Vol. 6, pp. 1310-1317, 1978
- (6) Kelman, J. – Modelos para Gerenciamento de Recursos Hídricos, vol.1, Capítulo 4, Coleção ABRH, 1987
- (7) Maceira, M.E.P., Mercio, C.M.V.B., "Stochastic Streamflow Model for Hydroelectric Systems", 5th International Conference PMAPS -, Vancouver, Canada, 1997
- (8) T. G. Siqueira, M. Zambelli, M. Cicogna, M. Andrade, S. Soares, Stochastic Dynamic Programming for Long Term Hydrothermal Scheduling Considering Different Streamflow Models, 9th PMAPS, KTH, Stockholm, June 11-15, 2006
- (9) Application of Stochastic Dual DP and Extensions to Hydrothermal Scheduling – PSR TR 012/99 – available at <http://www.psr-inc.com>
- (10) L.A. Barroso, S. Granville, G.C. Oliveira, L.M. Thomé, N. Campodónico, M.L. Latorre and M.V.F. Pereira "Stochastic Optimization of Transmission Constrained and Large Scale Hydrothermal Systems in a Competitive Framework", IEEE General Meeting 2003, Volume 2, Toronto, Canada.
- (11) G. C. Oliveira, J.P. Costa, "Hydrothermal Scheduling policy Stability under inflow uncertainty", XIV – Congresso Brasileiro de Automática, 2002.
- (12) Efron B., "The Jackknife, the Bootstrap and Other Resampling Plans", CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics, Monograph 38, SIAM, Philadelphia.
- (13) S. Hui, S. E. Chick, "Reducing Parameter Uncertainty for Stochastic Systems", ACM TOMACS Vol 16, Iss 1, January 2006.
- (14) K. Staschus, J. Kelman, "Probabilistic Dependable Hydro Capacity: the Benefits of Synthetic Hydrology", Water Research Operation and Management Workshop, 3, Colorado, July 1988.
- (15) L.A.M. Fortunato, T.A.A. Neto, J.C.R. Albuquerque, M.V.F. Pereira, Introdução ao Planejamento da Expansão e Operação de Sistemas de Produção de Energia Elétrica, ELETROBRÁS/Editora UFF, 1990
- (16) B. Bezerra, A. Veiga, L.A. Barroso, M.V.F. Pereira, "Assessment of Parameter Uncertainty in Autoregressive Streamflow Models for Stochastic Long-term Hydrothermal Scheduling", IEEE General Meeting 2012, San Diego, Estados Unidos.
- (17) HARTIGAN, J.A., WONG M.A. (1979), "A K-Means Clustering Algorithm", Applied Statistics, vol 28, no.1, pp 100-108

## 7.0 - DADOS BIOGRÁFICOS

Bernardo Vieira Bezerra está cursando doutorado em engenharia elétrica e é gerente de projetos na PSR.

Álvaro Veiga possui doutorado em estatística e é professor da PUC-Rio

Luiz Augusto Barroso possui doutorado em pesquisa operacional e é diretor da PSR.

Sérgio Granville possui doutorado em pesquisa operacional e é diretor da PSR

Mario Veiga Pereira possui doutorado em pesquisa operacional e é presidente da PSR.