



**XXII SNPTTE  
SEMINÁRIO NACIONAL  
DE PRODUÇÃO E  
TRANSMISSÃO DE  
ENERGIA ELÉTRICA**

BR/GOP/21  
13 a 16 de Outubro de 2013  
Brasília - DF

**GRUPO - IX**

**GRUPO DE ESTUDO DE OPERAÇÃO DE SISTEMAS ELÉTRICOS - GOP**

**APLICAÇÃO DA MEDIDA DE RISCO CVAR NO PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO  
DE MÉDIO PRAZO CONSIDERANDO A REPRESENTAÇÃO DE CENÁRIOS CRÍTICOS**

**André Luiz Diniz, Maria Elvira Maceira**

**CEPEL/UERJ**

**Débora Dias Jardim Penna\*, Renato Cabral**

**CEPEL**

**RESUMO**

Este artigo descreve a aplicação de uma metodologia de aversão a risco nos modelos NEWAVE e DECOMP, por meio da medida CVaR, apresentando resultados reais de aplicação para o sistema elétrico brasileiro e discutindo o estado da arte para o cálculo do limite superior a ser utilizado para o critério de parada. Apresenta-se uma forma exata de cálculo desse limite para o modelo DECOMP, propondo-se duas alternativas para o seu cálculo no modelo NEWAVE. Ambas as estratégias estão sendo implementadas no modelo, para que se possa avaliar sua eficiência e eficácia e comparar com as estratégias anteriores propostas na literatura.

**PALAVRAS-CHAVE:** Planejamento da operação, Sistemas Hidrotérmicos, Aversão a Risco, Programação Dinâmica Dual, Programação Estocástica

**1.0 - INTRODUÇÃO**

O problema de planejamento da geração hidrotérmica é um complexo problema de otimização, onde as decisões são acopladas no tempo, devido à regularização plurianual dos reservatórios, e também no espaço, pela necessidade de coordenação da operação das usinas hidroelétricas e termoeletricas para atender à demanda de energia elétrica nos diversos subsistemas interligados. No Brasil, o planejamento da operação do sistema hidrotérmico interligado (SIN) pelo Operador Nacional do Sistema (ONS), o estabelecimento de preços para o mercado de energia de curto prazo pela Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE), e o plano decenal de energia conduzido pelo Ministério de Minas e Energia (MME) e Empresa de Pesquisa Energética (EPE) têm sido realizados oficialmente há mais de 10 anos utilizando os modelos NEWAVE (1) e DECOMP. Estes modelos, que se encontram em contínuo desenvolvimento (2), (3), têm por objetivo otimizar o planejamento da operação hidrotérmica para os horizontes de 10 anos (longo prazo) e 5 anos (médio prazo) para o modelo NEWAVE, e 2 meses (curto prazo) para o modelo DECOMP, e se integram a uma cadeia de modelos desenvolvida pelo Centro de Pesquisas em Energia Elétrica (CEPEL) (4), que também pode ser utilizada para fins diversos, como o planejamento da expansão, comercialização de energia, cálculo de garantia física dos empreendimentos de geração, e na elaboração das diretrizes para a realização de leilões de compra de energia elétrica.

Nos modelos em uso atualmente, o problema de otimização tem sido concebido com o critério de mínimo custo, onde o objetivo é obter uma política de operação que minimize o valor esperado da geração térmica e eventuais cortes de carga, considerando-se um dado conjunto de possíveis cenários de afluições futuras aos reservatórios. Embora os elevados custos em caso de eventual déficit já sinalizem uma elevação na geração térmica nos meses que antecedem os períodos mais críticos, a segurança no suprimento de energia tem sido reforçada por procedimentos externos ao modelo, como a determinação da curva de aversão a risco (CAR) utilizada internamente nos modelos, e os procedimentos operativos de curto prazo (POCP) realizados pelo ONS (5).

Historicamente, têm sido apresentadas diversas propostas para considerar mecanismos de aversão a risco no problema de planejamento hidrotérmico (vide revisão bibliográfica em (6)). Recentemente, tem sido proposta uma medida de risco denominada CVaR - *conditional value-at-risk* - no contexto da programação dinâmica dual

(\*)Avenida Horácio Macedo, 354 - Cidade Universitária - RJ - CEP 21941-911 Rio de Janeiro, RJ - Brasil  
Tel: (+55 21) 2598-6245 - Fax: (+55 21) 2598-6482 - Email: newave@cepel.br

estocástica (PDDE), seja através do uso de variáveis artificiais (7), (8) ou por uma abordagem direta (6). Atualmente, parece haver um consenso de que a abordagem direta, por ser bastante intuitiva e de fácil implementação, é mais eficiente para resolver esse problema, visto que também têm sido adotada em outros trabalhos relacionados ao planejamento da operação (9),(10).

No trabalho anterior dos autores (6), foram apresentados apenas resultados preliminares da abordagem direta para consideração de CVaR, obtidos em sistemas teste com poucas unidades geradoras e cenários de afluência. Neste trabalho, apresentam-se resultados reais da implementação desta metodologia no modelo NEWAVE, casos baseados no Programa Mensal de Operação (PMO), elaborado pelo ONS. Além disso, o artigo apresenta as seguintes contribuições em relação a (6):

- a extensão da abordagem CVaR para o modelo DECOMP, que resolve o problema de planejamento de curto prazo por decomposição de Benders multiestágio com representação da árvore completa (11). Com isso, promove-se uma integração da consideração da aversão a risco entre os dois principais modelos da cadeia de planejamento da operação hidrotérmica.
- uma discussão mais detalhada sobre o cálculo do limite superior do valor ótimo do problema quando se considera o CVaR em um problema estocástico resolvido por PDDE, o que é uma questão ainda em aberto na literatura. Para o modelo DECOMP, propõe-se uma estratégia exata que permite continuar utilizando o critério de parada determinístico. Para o modelo NEWAVE, propõem-se duas alternativas, ambas baseadas na avaliação de uma função que aproxima superiormente a função de custo futuro de cada estágio. Análises dos subproblemas adicionais a serem resolvidos sugerem que as alternativas propostas sejam menos caras do ponto de vista computacional do que os métodos propostos em (10) e (12).

## 2.0 - PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS COM AVERSÃO A RISCO

Os problemas de planejamento da operação a longo/médio e curto prazos resolvidos pelos modelos NEWAVE e DECOMP serão denominados daqui em diante pelas siglas LTHTC e MTHTC (*long-term e mid-term hydrothermal coordination*), respectivamente, como são mais comumente chamados na literatura internacional. A formulação abstrata da modelagem do CVaR em ambos os modelos é apresentada na expressão [1] onde se mostra à esquerda (a) a formulação recursiva do problema multiestágio, e à direita (b) a formulação do subproblema referente a cada cenário  $\omega$  do estágio  $t$  e cada estado do sistema  $s$  no início desse estágio.

$$\begin{aligned}
 & \min_{x_t} c(x_t) + (1 - \lambda_t) E_{\xi_t} [\varphi_2(x_t, \xi_t)] + \lambda CVaR_{\xi_t} [\varphi_2(x_t, \xi_t)] \\
 & s.t. \quad g_1(x_t) = b_1 \\
 & \quad x_t \in X \\
 & \text{onde, para } t = 2, \dots, T, \\
 & \varphi_t(x_{t-1}, \xi_t) = \min_{x_t} c(x_t) + (1 - \lambda_t) E_{\xi_t | \xi_{t-1}, \dots, \xi_{t-p}} \{ \varphi_{t+1}(x_t, \xi_{t+1}) \} + \\
 & \quad + \lambda_t CVaR_{\xi_t | \xi_{t-1}, \dots, \xi_{t-p}} \{ \varphi_{t+1}(x_t, \xi_{t+1}) \} \\
 & s.t. \quad g_t(x_t) = b_t(x_{t-1}, \xi_{t-j}, j=1, \dots, p) \\
 & \quad x_t \in X
 \end{aligned} \tag{a}$$

$$\begin{aligned}
 & \varphi_t(x_t^{s,\omega}, \xi_t^\omega) = \\
 & \left\{ \begin{aligned} & \min_{x_t} c_t x_{gt}^{s,\omega} + \left( \frac{1}{1+\beta} \right) FCVaR^t(x_{vt}^{s,\omega}, \xi_{t-p, p=0, \dots, p-1}^\omega) \\ & s.t. \\ & x_{gt}^{s,\omega} + x_{gh_t}^{s,\omega} = d_t \\ & x_{vt}^{s,\omega} - x_{vt-1}^{s,\omega} + x_{qt}^{s,\omega} = \xi_t^\omega, \\ & x_{gh_t}^{s,\omega} = h_t(x_{qt}^{s,\omega}, x_{vt}^{s,\omega}), \\ & \underline{x}_t \leq x_t^{s,\omega} \leq \overline{x}_t \end{aligned} \right. \tag{b}
 \end{aligned} \tag{1}$$

A notação segue a adotada em (6), onde também se formulou a versão neutra ao risco do problema. De forma geral,  $x_t$  corresponde às variáveis de decisão (associadas à operação dos subsistemas, parque hidroelétrico e parque termoeletrico), sendo que parte deste vetor é formado por variáveis de estado para o subproblema do período seguinte (ex: armazenamentos e gerações antecipadas para as usinas GNL (2)). O custo  $c(\cdot)$  está associado às gerações termoeletricas, eventuais déficits de energia e penalidades para violação de restrições operativas. As variáveis aleatórias  $\xi_t$  são as energias naturais afluentes aos subsistemas, no modelo NEWAVE, e vazões naturais afluentes às usinas hidroelétricas, no modelo DECOMP. O número total de períodos é  $T$ . Para formulações detalhadas dos modelos, vide (13) e (14).

Os modelos diferem entre si principalmente em dois aspectos: (i) no modelo NEWAVE, as usinas hidroelétricas são representadas por meio de reservatórios equivalentes de energia, enquanto no modelo DECOMP são representadas de forma individualizada. (ii) a representação da estocasticidade é mais rica no modelo NEWAVE, que considera vários anos à frente, enquanto o DECOMP representa, atualmente, apenas um conjunto de cenários para o segundo mês. Além disso, o NEWAVE considera as energias afluentes passadas como variáveis de estado, para permitir o compartilhamento de cortes quando se utiliza um modelo autorregressivo periódico (Par(p)) para modelar o processo estocástico (15),(16).

Devido ao crescimento exponencial no número de cenários, o problema é resolvido por PDDE (18) no modelo NEWAVE, onde se percorre apenas um subconjunto dos possíveis cenários na recursão *forward*, com uma análise estatística para os custos de operação e o critério de parada. Já o modelo DECOMP percorre a “árvore completa” do problema, sendo possível calcular a solução e o respectivo custo para todos os cenários da árvore, aplicando-

se, portanto, decomposição de Benders aninhada para resolver o problema (11), com critério de parada determinístico. Uma breve descrição do algoritmo é apresentado em (6) e detalhes podem ser vistos em (1),(4).

### 2.1 Estratégia direta de Solução para cálculo do CVaR no modelo NEWAVE

A grande diferença da formulação [1] em relação ao modelo tradicional neutro ao risco é a aplicação de um fator  $\lambda$  a fim de dar um peso maior, na função objetivo, aos cenários mais caros. Devido às suas propriedades teóricas, adota-se a medida de risco CVaR (*Conditional Value-at-Risk*), que corresponde ao valor esperado do custo dos cenários mais caros, identificados a partir de um parâmetro  $\alpha$ . Desta forma, o CVaR de uma variável aleatória  $Y$  é definido conforme mostra a expressão [2] (para maiores detalhes, vide (18)).

$$CVaR_{\alpha}(Y) = \frac{1}{\alpha} E[Y - Var_{\alpha}(Y)]_{+} \quad [2]$$

Como descrito em (6) a estratégia geral de resolução dos subproblemas e construção dos cortes para a PDDE com a inclusão do termo em CVaR é feita de forma muito semelhante à versão tradicional do método, neutra ao risco. A única diferença é o cálculo dos pesos aplicados a cada abertura para construir o corte de Benders médio<sup>1</sup> para todos os cenários do período anterior. Por exemplo, considerando um conjunto de 10 cenários e valores  $\lambda = 0,50$  e  $\alpha = 0,20$  (ou seja, os 20% cenários mais caros para cálculo do CVaR), tanto o custo futuro de operação como os termos referentes às suas derivadas em relação às variáveis de estado são computados conforme mostrado na Figura 1. O termo no retângulo é a expressão final do corte, que possui a mesma estrutura do corte na versão neutra ao risco, porém seus coeficientes sinalizarão valores da água mais elevados.

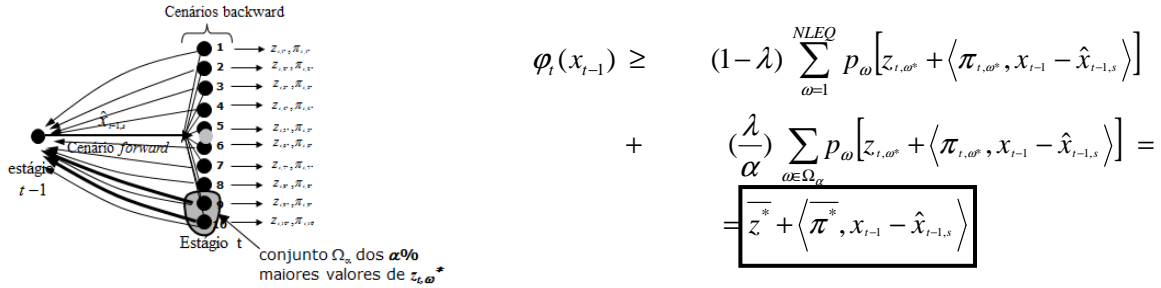


Figura 1 – Ilustração do cálculo da função de custo futuro e suas derivadas considerando o CVaR.

Ressalta-se que é necessário calcular, para cada valor  $z$  ou  $\pi$  (denotado daqui em diante de forma genérica por uma variável  $Y$ ) uma estimativa  $(1-\lambda)E[Y] + \lambda CVaR[Y]$  referente a um conjunto discreto de  $NLEQ$  possibilidades de custo operativo de  $t$  a  $T$ , como indicado em [3]. Como possivelmente o valor de  $\alpha$  não coincidirá com a soma das probabilidades dos cenários mais caros até se atingir ou ultrapassar esse valor, deve-se adotar a expressão [4] para cálculo dos pesos:

$$(1-\lambda)\tilde{E}(y_1, \dots, y_n) + \lambda \tilde{CVaR}_{\alpha}(y_1, \dots, y_n) = \sum_{i=1}^n w_i y_i, \quad \text{onde:} \quad [3]$$

$$w_i = \begin{cases} (1-\lambda)p_i & , \text{ se } ord(i) < ord(i_{var}) \\ (1-\lambda)p_i + \frac{\lambda}{\alpha} \left( \alpha - \sum_{j=1}^n \{p_j | ord(j) > ord(i_{var})\} \right) & , \text{ se } ord(i) = i_{var} \\ \left[ (1-\lambda) + \frac{\lambda}{\alpha} \right] p_i & , \text{ se } ord(i) > ord(i_{var}) \end{cases} \quad [4]$$

onde  $p_i$  é a probabilidade de cada cenário,  $ord(i)$  é o índice de  $y_i$  em um vetor onde todos os valores de  $Y$  são ordenados de forma crescente, e  $w_i$  é o peso final a ser aplicada a cada valor. Nota-se que o cenário que coincide com o  $VaR$  recebe um peso intermediário entre  $(1-\lambda)p_i$  e  $(1-\lambda + \lambda/\alpha)p_i$ .

### 2.2 Extensão da aversão a risco para o modelo DECOMP

O mesmo procedimento direto para cálculo dos cortes é aplicado para estender a abordagem para o CVaR ao modelo DECOMP. O cálculo explícito do CVaR é realizado de maneira semelhante a (6), para o modelo NEWAVE, com a diferença que, no modelo DECOMP, os cenários utilizados para realizar a ordenação dos custos, seleção da cauda e aplicação dos fatores para cálculo dos cortes são os cenários filhos de cada nó na árvore completa. A

<sup>1</sup> Considera-se a implementação da versão “single-cut” do algoritmo de Benders, como em (11).

Figura 2 ilustra esse procedimento, para dois nós distintos da árvore de cenários de um problema de 3 estágios e  $\alpha=0,25$ , cuja formulação de equivalente determinístico é mostrada à direita.

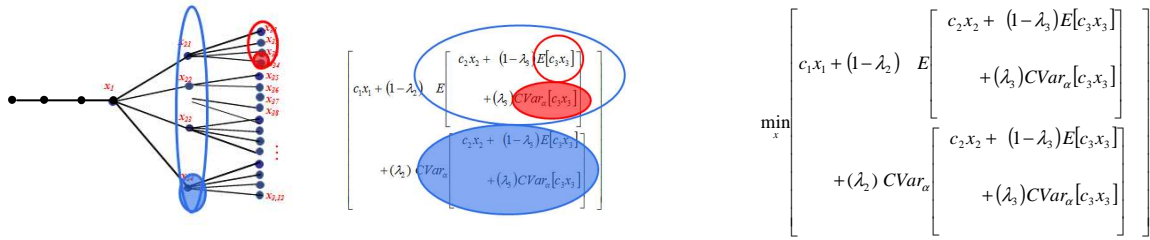


Figura 2 – Esquema ilustrativo do cálculo dos cortes com CVaR no modelo DECOMP.

As elipses vazadas indicam os termos que contribuem para o valor esperado e as elipses preenchidas, os termos referentes ao CVaR, assumindo que os cenários em cada abertura estão ordenados na figura do mais barato para o mais caro, de cima para baixo. Os termos em vermelho e azul irão gerar um corte de Benders para os nós referentes às variáveis de decisão  $x_{22}$  e  $x_1$ , respectivamente. Ressalta-se que o modelo DECOMP consiste de diversos estágios determinísticos à esquerda da árvore, referentes à operação das semanas do primeiro mês (vide (3)). Portanto, o cálculo dos cortes ao longo das semanas não envolve nenhum termo referente ao CVaR.

### 2.3 Cálculo do limite superior (Zsup) para a solução ótima

A principal dificuldade do cálculo do Zsup na abordagem CVaR da PDDE é que a contribuição de cada nó no custo total depende de todos os nós filhos. Porém, como o método não percorre a árvore completa, não é possível calcular o termo referente ao CVaR para os estados atingidos a partir de cada nó amostrado de um estágio  $t$ . Na ausência deste estimador, têm sido propostos alguns critérios de parada com base apenas na estabilidade do limite inferior Zinf para o valor ótimo do problema (9), ou em um número de iterações semelhante ao mesmo caso executado na versão neutra a risco (7). Porém, considera-se de fundamental importância dispor de um estimador estatístico para Zsup, sob pena de pararmos o algoritmo com pouca ou nenhuma avaliação da otimalidade da política ótima calculada pelo modelo. Alguns esforços neste sentido na literatura são discutidos abaixo:

- em (12) propõe um método semelhante ao descrito no item 3.0, considerando uma sub-árvore amostrada da árvore completa do problema, desde o período 1 até o período T. Entretanto, este método é inviável no modelo NEWAVE, pois a sub-árvore mínima que poderia ser construída teria  $2^{120}$  nós.
- no trabalho (19) propõe-se um método aparentemente viável do ponto de vista computacional, onde o cálculo de Zsup é feito a partir de amostras de cenários multiestágio, como na forma tradicional de otimização do valor esperado. Entretanto é necessário estimar uma função auxiliar para calcular o VaR em cada estado, e propõe-se a aplicação de *Importance Sampling* para aumentar o número de cenários visitados na cauda e reduzir a variância do estimador. Os resultados mostram uma qualidade boa do estimador apenas para problemas com até 15 períodos;
- em (10) propõe-se uma estratégia também factível do ponto de vista computacional e com bons resultados para problemas semelhantes ao resolvido pelo NEWAVE, com 4 subsistemas e 120 períodos. Porém, o método envolve a realização de uma recursão extra que apresenta um tempo computacional, em iterações mais avançadas, mais de 10 vezes superior ao de uma recursão *backward* e que tem como propósito apenas o cálculo de Zsup.

Neste artigo, apresentam-se duas alternativas para cálculo de Zsup, descritas na seção 4.0, sendo uma delas (seção 4.1) baseada nas idéias de (10), porém aplicadas na própria iteração *backward* realizada pelo NEWAVE e que é utilizada para construir os cortes de Benders. Assim, acredita-se que se obtém a mesma qualidade do limite superior de (10), porém em um menor tempo computacional para resolver o problema.

### 3.0 - CÁLCULO DO LIMITE SUPERIOR PARA O MODELO DECOMP

Como no modelo DECOMP percorre-se a árvore completa, é possível calcular o limite superior (Zsup) do custo de operação com a modelagem CVaR de forma exata. Entretanto, na modelagem CVaR este cálculo só é possível após finalizada toda a recursão *forward*, e deve ser realizado de forma recursiva, de trás para frente, já que o custo de cada nó  $(t,s)$  depende dos custos dos nós descendentes a eles.

Seja  $N_t$  o número de aberturas a partir de cada nó do estágio  $t$  da árvore completa do DECOMP. Ao final da recursão *forward*, tem-se um conjunto com os vetores decisão “x” em cada um dos nós da árvore. O cálculo de ZSUP é feito de forma recursiva (de trás para frente), de acordo com o algoritmo descrito a seguir, cuja notação e esquema são mostrados na Figura 3.

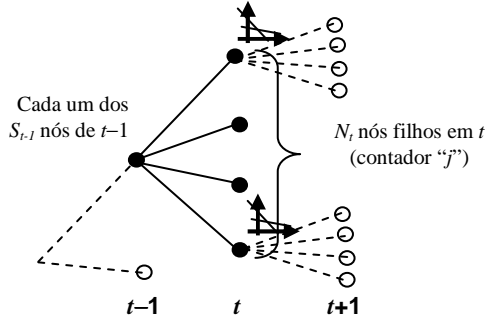


Figura 3 – Notação e esquema ilustrativo do cálculo de Zsup para o modelo DECOMP.

$$S_t = \prod_{i=1}^{t-1} N_i : \text{conjunto de nós do estágio } t$$

$$P_{tot,t,s} : \text{probabilidade total em cada nó } (t,s)$$

$$C_{sup}(t,s) : \text{custo do nó } (t,s) \text{ em diante (para cálculo de Zsup)}$$

$$C_{t,s} : \text{custo presente do nó } (t,s), \text{ (na recursão backward)}$$

**Passo 1:** Inicialização:  $C_{sup}(T,s) = C_{t,s}$  para todos os nós do último estágio. Faça  $t = T-1$ ;

**Passo 2:** Cálculo de  $C_{sup}(t,s)$ , para cada um dos  $S_t$  nós  $(t,s)$  do estágio  $t$ .

- (a) ordene os custos  $C_{sup}(t+1, \text{sfilho}_j(t,s))$ ,  $j=1, \dots, N_t$ , onde  $\text{sfilho}_j(t,s)$  é o índice, em  $t+1$ , do  $j$ -ésimo nó filho de  $(t,s)$ .
- (b) obtenha o peso  $w_j$  de cada cenário conforme [4];
- (c) calcule  $CF_{sup}(t,s)$ , definido como o valor da expressão [3], utilizando os pesos  $w_j$  e com a variável aleatória  $Y$  sendo representada pelos  $N_t$  valores de  $C_{sup}$  obtidos no item (a);
- (d)  $C_{sup}(t,s) = C_{t,s} + CF_{sup}(t,s)$

**Passo 3:** Recursão: Se  $t > 0$ , vá ao passo 2 com os valores de  $C_{sup}(t,s)$  e faça  $t=t-1$ . Caso contrário, vá ao Passo 4

**Passo 4:** Cálculo de Zsup: o valor de Zsup será igual a  $C_{sup}(1,s)$ , valor referente ao único nó do estágio 1

#### 4.0 - CÁLCULO DO LIMITE SUPERIOR NO MODELO NEWAVE

O cálculo do limite superior de um problema de otimização pressupõe o conhecimento do custo de uma solução viável para o problema como um todo ou, no caso da PDDE, do custo de uma amostra de pontos viáveis. A maior dificuldade do cálculo do Zsup na abordagem CVaR com PPDE é que, apesar de se obterem soluções viáveis para cada série amostrada durante a recursão *forward*, não se dispõe do custo dessa operação, pois não se tem uma estimativa do CVaR associada àquela série específica. Para tal, cada estado de um estágio  $t$  teria que se "ligar" a  $NLEQ$  estimativas superiores de custo futuro para o estágio  $t+1$ , o que não ocorre na *forward*, onde cada nó tem apenas uma continuação em  $t+1$ . Na recursão *backward*, existe essa associação a  $NLEQ$  estados futuros a partir de cada estado, entretanto dispõe-se apenas do limite inferior para o custo de operação em cada um desses estados futuros, que não podem ser utilizados para estimativa de um limite superior.

As duas alternativas propostas neste artigo para estimar o Zsup consistem em uma extensão, para o caso amostral, do método apresentado na seção 3.0. Para que o cálculo de Zsup seja eficiente computacionalmente, visa-se aproveitar ao máximo os próprios resultados obtidos durante as iterações *forward* e *backward*. Ambas as estratégias consistem dos passos descritos abaixo, onde  $isim$  é o índice de cada série *forward* (de 1 até  $NSIM$ ) e  $ileq$  é o índice de cada abertura *backward* (de 1 até  $NLEQ$ ).<sup>2</sup>

**Passo 1.** Inicialização.  $C_{sup}(T, isim) = C_{T, isim}$  para o estado do último estágio de cada série  $isim$ ; Faça  $t = T-1$ ;

**Passo 2.** Obtenção dos estados *forward* para cada série:

Obtêm-se os estados  $e_{fwd, t, isim}$  atingidos no início do estágio  $t$  para cada série  $isim$  no passo *forward*, dados por:

$$e_{fwd, t, isim} := \{EARM_{t, isim}^{isim}, \{EAF_{t-j, isim}^{isim}, j=1, \dots, p\}\}_{isim=1..NS}, \quad [5]$$

onde  $NS$  é o número de subsistemas e  $p$  é a ordem máximo do modelo  $Par(p)$ .

**Passo 3.** Obtenção de  $NLEQ$  limites superiores válidos para o custo total ótimo de operação  $C_{TOT}(t, isim)_{ileq}$ , partindo do estado  $e_{fwd, t, isim}$ :

Para cada série  $isim$ , escolhem-se "estados futuros"  $e_{fut, t, isim, ileq}$ ,  $ileq = 1, \dots, NLEQ$  ao final do estágio  $t$ , e cada um será associado a uma das  $NLEQ$  aberturas desse estágio. Propõem-se duas maneiras de obter esses estados, descritas nas seções 4.1 e 4.2, que configuram as duas alternativas para cálculo de Zsup propostas neste artigo.

<sup>2</sup> No uso oficial do modelo NEWAVE,  $NSIM=200$  e  $NLEQ=20$ .

**Passo 4:** Obtenção do limite superior  $C_{sup}(t, isim)$  do custo de operação a partir do estado  $e_{fwd t, isim}$  de cada série: aplica-se [3] e [4], onde os  $n$  valores da variável  $Y$  são os valores de custo  $C_{TOT}(t, isim)_{ileq}$ ,  $ileq=1, \dots, NLEQ$ , obtidos conforme descrito em 4.1 ou 4.2.

**Passo 5:** Recursão: se  $t > 0$ , vá ao passo 1 e faça  $t = t - 1$ . Caso contrário, vá ao Passo 6

**Passo 6:** Cálculo de Zsup: o valor de Zsup será a média dos  $NSIM$  valores de  $C_{sup}(1, isim)$ , já que o primeiro estágio é estocástico e os cenários *forward* (que fornecerão os custos presentes  $C_{1, isim}$ ) são diferentes para cada série.

#### 4.1 Alternativa 1 para o Passo 3 – “ligar os estados *forward* e *backward*”

Nesta alternativa, força-se a atingir, a partir de cada estado  $e_{fwd t, isim}$  associado à série  $isim$  no passo *forward*,  $NLEQ$  estados escolhidos dentre o conjunto  $\{e_{fwd t+1, isim} \mid isim = 1, NSIM\}$  de estados *forward* disponíveis para o estágio  $t+1$ , para os quais tem-se um limite superior de custo do estágio  $t+1$  em diante, pelo Passo 4 do algoritmo para  $t+1$ . A “ligação” entre os estados *forward* de  $t$  e  $t+1$ , exemplificado à direita na Figura 4 para  $isim = 2$ ,  $NLEQ = 3$ , é feita resolvendo-se, para cada série  $isim$ , os  $NLEQ$  subproblemas indicados à esquerda na mesma figura. Para cada série  $isim$ , o índice da série em  $t+1$  escolhida para se associar ao cenário  $ileq$  é denotado por  $jsim(ileq)_{isim}$ , e o valor de  $C_{TOT}(t, isim)_{ileq}$  será dado por  $C_{pres}(t, isim)_{ileq} + C_{sup}(t+1, jsim(ileq)_{isim})$ .

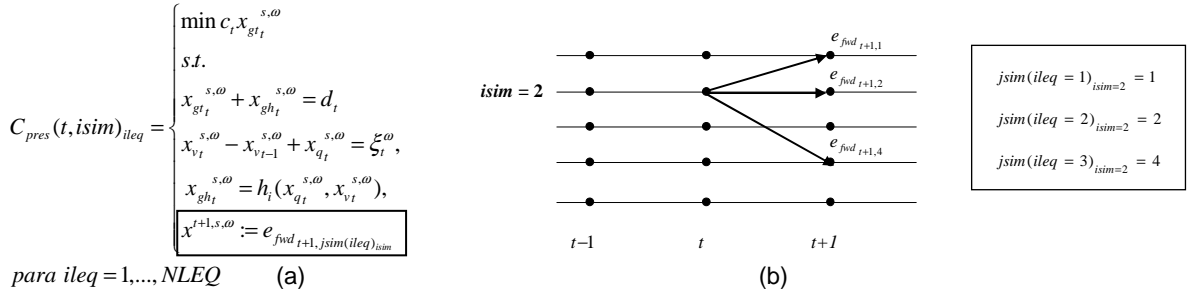


Figura 4 – Subproblema adicional resolvido por cada série e abertura (a) e esquema da conexão entre estados (b).

O subproblema resolvido nesta estratégia se baseia nos subproblemas usuais das iterações do NEWAVE, porém “amarrando-se” o estado final  $x_{t+1, s, \omega}$  a ser atingido através da restrição realçada pelo retângulo. Por causa dessa imposição, não é necessário incluir os cortes da função de custo futuro neste subproblema, o que reduz seu tempo de resolução em relação aos subproblemas usuais no NEWAVE, especialmente em iterações mais avançadas.

Uma dificuldade desta alternativa surge quando a variável de estado inclui as afluições passadas, já que o passado da outra série  $jsim(ileq)_{isim}$  não é o mesmo em relação à série específica  $isim$  que está sendo calculada. Portanto, deve-se ajustar o limite superior  $C_{sup}(t+1, jsim)$  para levar em consideração essa mudança de estado.

#### 4.2 Alternativa 2 para o Passo 3 – “Interpolação de Pontos”

Nesta alternativa, resolve-se, normalmente, para cada série  $isim$ , os  $NLEQ$  subproblemas do passo *backward* do modelo NEWAVE, obtendo-se  $NLEQ$  condições finais quaisquer  $e_{bwd t, isim, ileq}$ . Entretanto, não se conhece a estimativa de custo para essas condições, já que eles não coincidirão com os estados obtidos na *forward* para o período  $t+1$ , correspondentes ao vetor  $C_{sup}(t, jsim)$ ,  $jsim=1, \dots, NSIM$ . Entretanto, como todos esses pontos consistem em um limite superior para o custo futuro de  $t+1$  em diante, a interpolação desses valores para um estado intermediário qualquer  $e_t$  também consistirá em um limite superior para esse custo, como discutido em (10). Esta interpolação consistirá no resultado do subproblema de otimização mostrado na Figura 5. O valor de  $C_{TOT}(t, isim)_{ileq}$  será dado por  $C_t(isim, ileq) + C_{fut}(t, isim)_{ileq}$ , onde o primeiro termo corresponde ao custo presente do subproblema de otimização que resultou no estado  $e_{bwd t, isim, ileq}$ .

Ressalta-se que o subproblema da Figura 5 pode ser inviável, caso não seja possível interpolar o custo futuro do estado  $e_{bwd t+1, isim, ileq}$  a partir dos  $NSIM$  valores de  $e_{fwd t+1, jsim}$ . Para contornar este inconveniente, que também pode ocorrer no método proposto em (11), sugere-se um dos procedimentos a seguir:

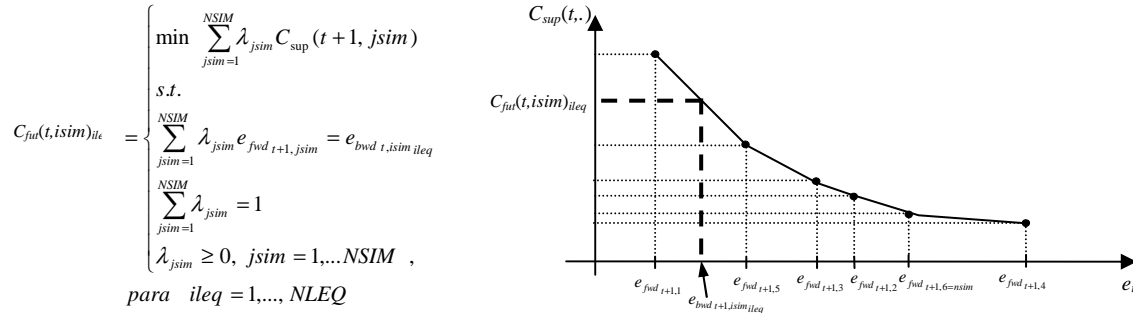


Figura 5 – Exemplo do subproblema adicional resolvido por cada série e abertura (à esquerda) e exemplo esquemático da interpolação para a segunda alternativa de cálculo do Zsup.

- **Caso a extrapolação tenha que ser feita para estados de armazenamento mais elevados:** pode-se utilizar o valor de custo referente a outro estado mais caro  $e_{fwd\ t+1, ksim}$  dentre os pontos para os quais já se tem um limite superior de custo. Outra opção é incluir um ponto adicional ao subproblema da Figura 5, com um estado de armazenamento elevado para o sistema e para o qual se tenha uma estimativa superior segura o suficiente para o custo futuro.
- **Caso a extrapolação tenha que ser feita para estados de armazenamento mais baixos:** como nesta situação é mais difícil prever uma estimativa superior de custo para esse estado, sugere-se substituir, para essa série  $isim$ , a estimativa superior de custo pela alternativa 1, mostrada na Figura 4.

#### 4.3 Análise comparativa entre as alternativas

Quanto à qualidade do limite, na Alternativa 1 a estimativa do limite superior do custo futuro de cada estágio  $t$  é mais acurada (é um dos pontos para os quais se calculou  $C_{sup}(t, isim)$ ), mas pode-se ter um valor pessimista para o custo presente, pelo fato da operação no estágio ter sido “forçada” e, portanto, sub-ótima. Na alternativa 2, o custo presente corresponde ao naturalmente obtido no passo *backward*, porém a interpolação no cálculo do custo futuro pode ser pessimista.

Em relação ao esforço computacional, ambas as alternativas envolvem a resolução de subproblemas extras para cada estágio  $t$ , série  $isim$  e abertura  $ileq$  durante a recursão *backward* do processo iterativo da PDDE. A alternativa 1 deve resolver o problema da Figura 4, que tem porte semelhante ao do último estágio da primeira iteração do NEWAVE (pois não há cortes de Benders), porém com a adição de uma restrição de acoplamento para o estágio  $t+1$ . Já a alternativa 2 necessita resolver o subproblema da Figura 5, cujo tamanho depende do valor de  $isim$ . Observa-se que, em ambas as estratégias, o porte dos subproblemas não cresce com o número de iterações. Observa-se que a estratégia proposta em (10) também envolve a resolução de subproblemas de otimização adicionais, em um processo recursivo extra.

#### 5.0 - IMPLEMENTAÇÃO DO CVAR NOS MODELOS NEWAVE E DECOMP

Por limitações de espaço, apresentam-se resultados apenas ilustrativos de aplicação das estratégias de CVaR discutidas nesse artigo para os modelos NEWAVE e DECOMP, para um caso baseado no PMO. O gráfico à esquerda da Figura 6 mostra o custo total de operação e os valores médios de evolução mensal de energia armazenada no Sudeste, ao longo do horizonte de estudo do modelo NEWAVE, quando executado com  $\alpha = 0,05$  e variando-se o parâmetro  $\lambda$ . À direita, mostram-se os resultados de convergência para o modelo DECOMP nas versões neutra a risco (preto) e avessa a risco (vermelho). Ressalta-se que, para o modelo DECOMP, a FCF utilizada ao final do estudo foi obtida executando-se a versão oficial do modelo NEWAVE, ainda neutra a risco.

#### 6.0 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo mostrou resultados da aplicação da medida de risco CVaR nos modelo NEWAVE, de acordo com a metodologia proposta em (6), e estendeu a aplicação dessa medida de risco no modelo DECOMP. Discutiu-se com detalhes o cálculo do limite superior de convergência (Zsup) quando se aplica aversão a risco na Programação Dinâmica Dual, aspecto bastante discutido recentemente na literatura. Propõe-se uma estratégia exata para cálculo do Zsup no modelo DECOMP e duas alternativas para cálculo desse limite no NEWAVE, que estão em fase de implementação, após a qual será possível avaliar sua eficiência e eficácia e comparar com as estratégias anteriores propostas na literatura e discutidas no artigo.



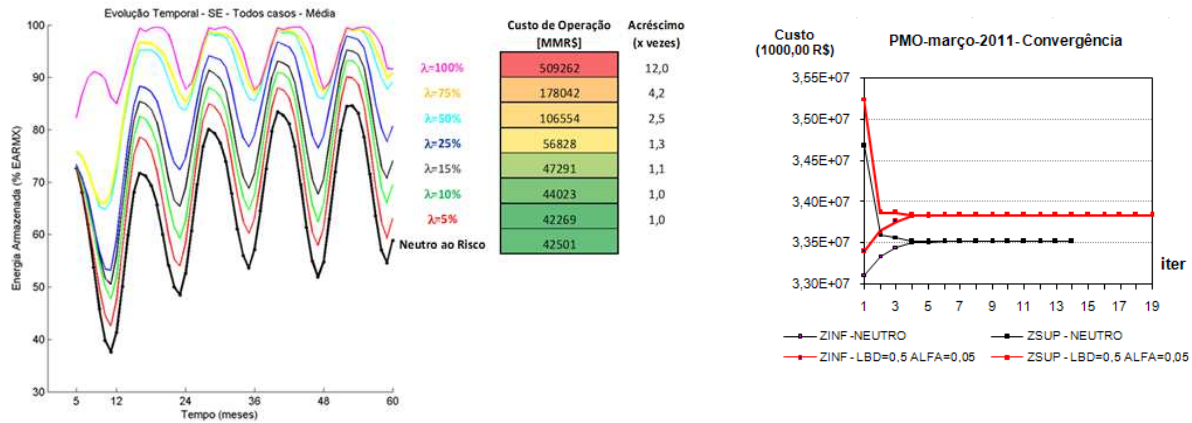


Figura 6 – Resultados da operação com CVAR no modelo NEWAVE (a) e de convergência no modelo DECOMP (b).

Espera-se que o limite superior fornecido pela estratégia proposta em (11) seja mais forte (ou seja, menor) do que o proposto neste artigo, porém ambas as alternativas aqui propostas devem ter melhor desempenho em termos de tempo computacional, pois cada subproblema parece ser mais fácil de resolver do que o subproblema da referência (11). Ressalta-se que, apesar da proposta deste artigo não se limitar a problemas com interdependência temporal, seu desempenho será possivelmente afetado no caso mais geral em que se consideram também afluências passadas como variáveis de estado.

## 7.0 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- (1) M.E.P. Maceira, V.S. Duarte, D.D.J. Penna, L.A.M. Moraes, A.C.G. Melo, "Ten years of application of stochastic dual dynamic Programming in official and agent studies in Brazil – Description of the NEWAVE program", *16th Power Systems Computation Conference - PSCC*, Glasgow, SCO, July 2008.
- (2) A.L.Diniz, M.E.P. Maceira, "Multi-lag Benders decomposition for power generation planning with nonanticipativity constraints on the dispatch of LNG thermal plants", In: Horand I Gassmann, William T Ziemba. (Org.). *Stochastic Programming - Applications in Finance, Energy, Planning and Logistics*. 1ed.: World Scientific, v. 4, p. 399-420, 2013.
- (3) T.N. Santos, F.S. Costa, A. L. Diniz, A. L. Saboia, R. Cabral, "Alternativas para o tratamento de restrições acopladas no tempo na programação dinâmica dual aplicada ao problema de coordenação hidrotérmica", aceito para publicação no XXII SNPTEE – Seminário Nacional de Produção e Transmissão e Energia Elétrica, Brasília, Brasil, Out. 2013.
- (4) M.E.P. Maceira, L. A. Terry, F. S. Costa, J. M. Damazio, A. C. G. Melo, "Chain of optimization models for setting the energy dispatch and spot price in the Brazilian system", *Proc. PSCC'02*, Sevilla, Spain, June 2002.
- (5) Especificações sobre esses procedimentos podem ser obtidos em <http://www.ons.org.br>.
- (6) A.L.Diniz, M.P. Tcheou, M.E.P. Maceira, "Uma abordagem direta para consideração do CVAR no problema de planejamento da operação hidrotérmica" XII SEPOPE - Symp. of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning, Maio 2012.
- (7) A.B. Philpott, V.L. Matos, "Dynamic sampling algorithms for multi-stage stochastic programs with risk aversion", *Eur. J. Oper. Res.*, v. 218, 470-483, 2012 (Technical report presented on Optimization Online in Dec. 2010).
- (8) A. Shapiro, W. Tekaya, "Report for technical cooperation between Georgia Institute of Technology and ONS – Operador Nacional do Sistema", Technical Report, Georgia Institute of Technology, 2011.
- (9) A. Shapiro, W. Tekaya, J.P. Costa, M.P. Soares, "Risk neutral and risk averse Stochastic Dual Dynamic Programming method", *Eur. J. Oper.Res.*, v.224, n.2, pp. 375-391, Jan. 2013.
- (10) A.B. Philpott, V.L. Matos, E.C. Finardi, "On solving multistage stochastic programs with coherent risk measures", *Optimization Online*, Aug. 2012
- (11) J.R. Birge, "Decomposition and partitioning methods for multistage stochastic linear programs", *Operations Research*, v.33, n.5, pp. 989-1007, 1985.
- (12) A. Shapiro, "Analysis of stochastic dual dynamic programming method", *European Journal of Operations Research*, v. 209, n.1, pp. 63-72, 2010.
- (13) M.E.P. Maceira, A.P.C. Costa, A. L. M. Marcato, "Newave Especificação Funcional", In: Relatório Técnico DPP/PEL 349/99, CEPEL, Rio de Janeiro, 1999.
- (14) CEPEL. Manual de Referência do modelo DECOMP. Relatório técnico, CEPEL - Centro de Pesquisas de Energia Elétrica, Rio de Janeiro, 2013.
- (15) M.E.P. Maceira and C.V. Bezerra, "Stochastic Streamflow model for Hydroelectric Systems", 5th Int. Conf. on Probabilistic Methods Applied to Power Systems -PMAPS, Vancouver, Canada, 1997.
- (16) D.D.J. Penna, M.E.P. Maceira, J.M. Damázio, "Selective sampling applied to long-term hydrothermal generation planning", 17th PSCC - Power Syst. Comp. Conf., Stockholm, Sweden, Aug. 2011.
- (17) M. V. F. Pereira, L. M. V. G. Pinto, "Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning", *Mathematical Programming*, v. 52, n.1-3, pp. 359-375, May 1991.
- (18) A. Shapiro, D. Dentcheva, A. Ruszczyński, "Lectures on Stochastic Programming: Modelling and Theory", MPS-SIAM Series on Optimization, 2007.
- (19) V. Kozmik, D.P. Morton, "Risk-Averse Stochastic Dual Dynamic Programming", *Optimization Online*, Feb. 2013.