



**XXII SNPTTE
SEMINÁRIO NACIONAL
DE PRODUÇÃO E
TRANSMISSÃO DE
ENERGIA ELÉTRICA**

BR/GOP/18
13 a 16 de Outubro de 2013
Brasília - DF

GRUPO - IX

GRUPO DE ESTUDO DE OPERAÇÃO DE SISTEMAS ELÉTRICOS - GOP

**ESTRATÉGIA DE PDDE LINEAR POR PARTES DINÂMICA APLICADA A PROBLEMAS DE PLANEJAMENTO
HIDROTÉRMICO ESTOCÁSTICO**

Renato Neves Cabral(*)
CEPEL

Michel Igor Ennes
COPPE/UFRJ

André Luiz Diniz
CEPEL/UERJ

RESUMO

O trabalho propõe utilizar modelos lineares por parte dinâmicos (LPPD) para resolver problemas convexos de programação não linear estocástica por programação dinâmica dual estocástica (PDDE). Há um processo iterativo externo, referente à própria PDDE, e outro interno para refinar a aproximação dos modelos LPPD nos subproblemas de cada estágio. As funções de custo futuro obtidas pelo método são válidas para iterações futuras, assim como o limite inferior para a solução ótima. A estratégia é aplicada ao problema de médio prazo de planejamento hidrotérmico, para representar a função de produção não linear das usinas hidroelétricas e custos quadráticos de geração termoelétrica.

PALAVRAS-CHAVE

Programação Dinâmica Dual Estocástica, Modelagem Linear por Partes Dinâmica, Planejamento da Operação Hidrotérmica, Pesquisa Operacional, Métodos Numéricos

1.0 - INTRODUÇÃO

O planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos é um problema multiestágio, devido à interdependência temporal na operação dos reservatórios, estocástico devido à incerteza nas afluições às usinas hidroelétricas, não linear devido à função de produção das usinas hidroelétricas e os custos de geração termoelétrica e, no caso brasileiro, de grande porte devido ao tamanho do Sistema Interligado Nacional (1). Devido à impossibilidade de se tratar um problema com todas essas características, é comum subdividi-lo em problemas de planejamento de longo, médio e curto prazos, com um acoplamento adequado entre as etapas (vide revisão bibliográfica em (2),(3)). No Brasil, o planejamento da operação é realizado pelo Operador Nacional do Sistema (ONS) com o auxílio de uma cadeia de modelos desenvolvida pelo CEPEL, onde se incluem os modelos NEWAVE e DECOMP, para o planejamento de até 10 anos e 2 meses, respectivamente, chamados no Brasil de médio e curto prazos (4), (5).

Nos modelos de mais longo prazo, as incertezas são representadas por uma árvore de cenários, resultando em um problema de programação estocástica, que pode ser resolvido pela técnica de decomposição de Benders multiestágio (6). Quando o número de períodos aumenta, como é impossível percorrer todos os nós da árvore explicitamente, aplica-se a programação dinâmica dual estocástica (PDDE) (7), onde se percorre apenas uma amostra dos cenários multiestágio. Quando esses cenários são reamostrados ao longo das iterações do algoritmo, garante-se a convergência teórica do método (8).

Em praticamente todas as aplicações da PDDE (9)-(12) o problema é formulado por restrições lineares, para tomar proveito dos pacotes e técnicas de otimização linear estocástica (13). Eventuais expressões não lineares são aproximadas por modelos ditos lineares por parte estáticos (LPPE), que podem ser ajustados dinamicamente, resultando nos chamados modelos lineares por parte dinâmicos (LPPD), conforme proposto em (14). Mostra-se em (2), (16) que a metodologia LPPD é mais eficiente do que a LPPE tanto em termos de tempo computacional como

(*)Avenida Horácio Macedo, 354 - Cidade Universitária - RJ - CEP 21941-911 Rio de Janeiro, RJ - Brasil
Tel: (+55 21) 2598-6245 - Fax: (+55 21) 2598-6482 - Email: norbiato@cepel.br

em acurasse da solução, pois as restrições que aproximam as funções não lineares são ajustados de forma iterativa, à medida em que se resolve o problema de otimização multiestágio. Já nos modelos LPPE, um conjunto grande de restrições é inserida de uma só vez, aumentando demasiadamente o tamanho dos PLs. Os modelos LPPD foram utilizados em trabalhos anteriores para representar as perdas quadráticas DC na rede elétrica (14) e a função de produção hidroelétrica (15) no modelo DESSEM-PAT, quando resolvido como um problema de programação linear (PPL) único. Em seguida, esta estratégia foi estendida para representar custos quadráticos de geração termoeleétrica em problemas estocásticos resolvidos por PDD (16).

A contribuição deste trabalho é realizar uma nova extensão da técnica de LPPD para a estratégia de resolução por PDDE, a fim de modelar, no problema de coordenação hidrotérmica de médio / longo prazo, as expressões não lineares referentes à função de produção não linear das usinas hidroelétricas e os custos de geração térmica, representados por um modelo equivalente exato (16), (17). Os resultados obtidos para problemas com até 8 períodos, 142 usinas hidroelétricas e 40 usinas termoeletricas mostram que a metodologia proposta consiste em uma estratégia eficiente para resolver problemas de coordenação hidrotérmica não lineares estocásticos de grande porte e multiestágio, cuja resolução ainda não está bem difundida na literatura (18)-(21).

2.0 - O PROBLEMA DE COORDENAÇÃO HIDROTÉRMICA NÃO LINEAR ESTOCÁSTICO

Considera-se neste trabalho um problema de coordenação hidrotérmica de médio prazo (definido pela sigla MTHTS - *mid term hydrothermal coordination*), com discretização mensal e um horizonte de alguns meses, e modelagem individualizada das usinas hidroelétricas. Representa-se a incerteza nas afluências aos reservatórios, desprezando-se a interdependência temporal entre elas (vide Figura 1a adiante). Desta forma, constrói-se uma árvore de cenários simétrica, onde o conjunto de cenários futuros é o mesmo a partir de cada nó.

2.1 Formulação matemática

A formulação de equivalente determinístico do problema é apresentado a seguir.

$$\min \left[\sum_{t=1}^T \sum_{s=1}^{S(t)} p_{t,s} CGT_{EQV}^{t,s} + \sum_{s=1}^{S(T)} p_{T,s} CF(V^{T,s}) \right] \quad [1a]$$

s.a.

$$g_{DEM}(GH, GT_{EQV}) = 0, \quad \forall t, s \quad [1b]$$

$$g_{BHID_i}(V, GH) = 0 \quad \forall i, t, s \quad [1c]$$

$$GH_i^{t,s} = g_{FPH_i}(V_i^t, Q_i^t, S_i^t) \quad \forall i, t, s \quad [1d]$$

$$CGT_{EQV}^{t,s} = g_{CGT}(GT_{EQV}^{t,s}) \quad \forall t, s, \quad [1e]$$

$$\underline{V}_i \leq V_i^{t,s} \leq \overline{V}_i, \quad \underline{GH}_i \leq GH_i^{t,s} \leq \overline{GH}_i, \quad \forall i, t, s \quad [1f]$$

$$\underline{GT}_{EQV}^t \leq GT_{EQV}^{t,s} \leq \overline{GT}_{EQV}^t, \quad CGT_{EQV}^{t,s} \geq 0 \quad \forall t, s, \quad [1g]$$

onde $S(t)$ é o número de cenários por período, com probabilidades totais $p_{t,s}$; GH , Q , S e V são os vetores de geração hidroelétrica, turbinamento, vertimento e armazenamento finais para todas as usinas hidroelétricas i e períodos de tempo t . A geração GH das usinas é uma função não linear g_{FPH} dessas variáveis. O parque termoeletrico é modelado por meio de uma usina térmica equivalente, com geração GT_{EQV} e cujo custo total CGT , que corresponde à soma dos custos quadráticos de geração de todas as usinas, pode ser representado de forma exata por uma função g_{CGT} quadrática por partes (16), (17). A função objetivo [1a] corresponde à soma dos custos de geração térmica ao longo do horizonte e um custo futuro, avaliado pela função $CF(\cdot)$ é que depende do armazenamento dos reservatório ao final de cada cenários. Cada período e cenário possui blocos de restrições associadas ao atendimento à demanda [1b], balanço hídrico [1c], função de produção hidroelétrica [1d]. As restrições [1e] são necessárias na modelagem do custo de geração térmica (vide seção 3.1) e as restrições [1f], [1g] definem um limite inferior \underline{x} e superior \overline{x} para cada variável.

Na formulação do problema, as não linearidades estão presentes na função de produção hidroelétrica (1d) e na função de custo de geração termoeletrica [1e].

2.2 Estratégia de resolução por PDDE

Se o porte do problema for razoável, pode-se resolvê-lo de forma direta, como um grande problema de programação linear (PL Único). Caso seja de maior porte porém ainda tratável em termos de recursos computacionais e tempo, pode-se aplicar decomposição de Benders multiestágio percorrendo-se todos os cenários (6). Neste trabalho estamos interessados em investigar a aplicação de PDDE (7) para resolver o problema, onde a novidade em relação aos trabalhos anteriores que já utilizam esta técnica é a inclusão de um processo iterativo para a resolução do problema de cada nó, a fim de tratar as não linearidades e permitir ainda aplicar o uso de

programação linear para resolver o problema, em virtude da maior robustez dos pacotes de programação linear em relação aos de programação quadrática.

O método PDDE é baseado na decomposição de Benders multiestágio, porém apenas um subconjunto da árvore é percorrido (linhas em negrito na Figura 1b). Tal subárvore é escolhida pelo método de Monte Carlo, que tradicionalmente utiliza a amostragem aleatória simples, e representa apenas uma ínfima porção da árvore completa. Cada iteração do algoritmo do PDDE compreende dois passos principais:

- **Passo Forward.** É resolvido um problema de programação linear para cada nó da árvore, com o objetivo de produzir pontos operativos possíveis, que irão fornecer valores para as variáveis de estado no passo backward. Este passo é ilustrado na Figura 1b.
- **Passo Backward.** geram-se os cortes de Benders que irão compor uma aproximação linear por partes da função de custo futuro para cada estágio. Esses cortes são calculados resolvendo-se os subproblemas de cada nó da subárvore forward para todas as possíveis realizações do processo estocástico para o estágio correspondente. Os cenários backward são representados por linhas tracejadas na Figura 1c. Os valores das variáveis de estado para esse processo são aqueles obtidos durante o passo forward.

A convergência é avaliada pela diferença entre o valor do limite inferior para a solução ótima (ZINF), que corresponde ao custo de operação do primeiro estágio, e um limite superior (ZSUP), calculado como a média do custo de operação avaliado em uma amostra das séries visitadas. Entretanto, critérios alternativos podem ser adotados (22).

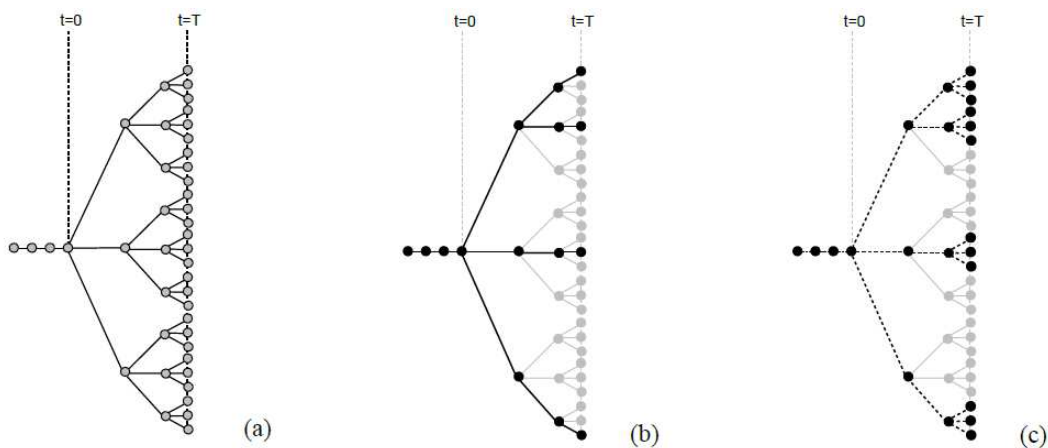


Figura 1: Exemplo de: (a) árvore completa (b) subárvore forward (c) subárvore backward para a técnica de PDDE

3.0 - EXTENSÃO DA PDDE PARA O PROBLEMA NÃO LINEAR ESTOCÁSTICO

A aplicação tradicional da PDDE poderia ser feita simplesmente resolvendo o problema através de uma linearização por partes de cada restrição não linear. Entretanto, esse procedimento levaria a um grande número de cortes se uma precisão acurada fosse desejada para a solução final, conforme discutido em (2), (16). Portanto, utiliza-se neste trabalho uma linearização por partes dinâmica (LPPD), já apresentada pelos autores em outros trabalhos para problemas determinísticos (2) ou estocásticos resolvidos por PDD percorrendo-se a árvore completa (14). Nesta metodologia, os cortes que aproximam as expressões não lineares são incluídos de forma iterativa, ao longo das iterações do processo de resolução do problema por programação dinâmica dual estocástica (PDDE), utilizando-se o método de *outer approximation* de Kelley (23). Portanto, além das iterações externas da PDDE, há um processo iterativo interno para a resolução de cada subproblema em várias recursões, onde em cada uma delas se adicionam novos cortes (restrições) ao problema de programação linear, a partir da solução x^k obtida utilizando um modelo anterior, que já possui um determinado conjunto de cortes. Abaixo, descrevem-se as linearizações por partes realizadas nas restrições não lineares do problema, para cada nó (t,s) .

3.1 Custo não linear de geração térmica

Como a função de geração térmica é bi-dimensional, a inclusão de novos cortes é realizada escolhendo NADIC pontos espaçados uniformemente no uniformemente entre dois pontos $GT^* - \Delta_1$ e $GT^* + \Delta_2$, posicionados à esquerda e à direita, respectivamente, do valor de geração GT^* da iteração corrente de resolução do subproblema. As distâncias Δ_1 e Δ_2 são obtidas observando-se a interseção entre o corte ativo e os cortes a ele adjacentes que já foram incluídos anteriormente no modelo. Observa-se que, como pode haver um ou dois cortes ativos, esse cálculo se divide nas duas situações mostradas na podem ocorrer as duas situações mostradas na Figura 2.

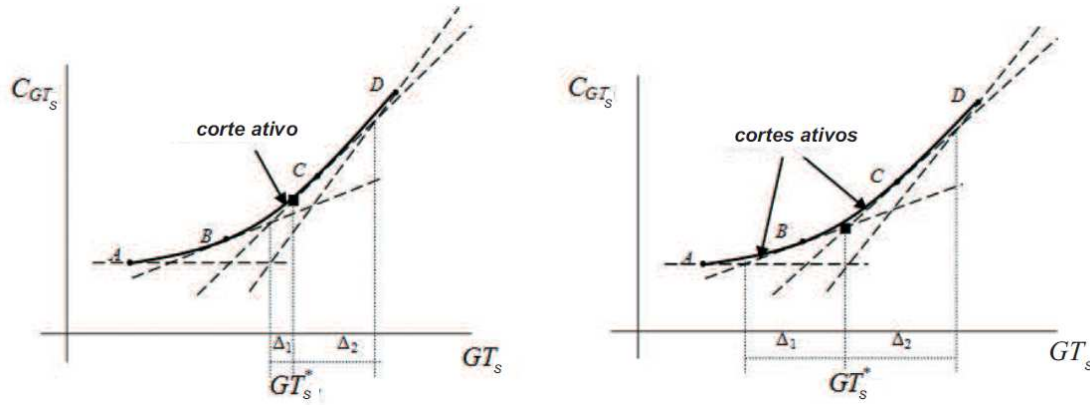


Figura 2: Processo de inclusão de novos cortes para o custo equivalente de geração térmica.

O processo iterativo inicia com um número $NCUT_{inic}$ de cortes iniciais, adicionando $NCUT_{adic}$ cortes em cada iteração. Considera-se satisfatória a aproximação quando os valores de todas as distâncias entre as gerações exata e do modelo são inferiores a uma tolerância pré-especificada δ_x , e quando o valor do custo de geração térmica varia, de uma iteração para outra, menos do que uma outra tolerância δ_y para a ordenada da função.

Após um determinado número de iterações da PDDE, o modelo para um determinado nó (t,s) é composto pelo conjunto de restrições [2]:

$$CGT_{EQV}^{t,s}(GT_{EQV}^{t,s}) = a_{EQV}^{(k)} + b_{EQV}^{(k)}(GT_{EQV}^{t,s}), \quad k = 1, \dots, NCUT_{GT_{EQV}^{t,s}} \quad [2]$$

3.2 Função de produção hidroelétrica não linear

A geração hidroelétrica é uma função não linear do volume armazenado, turbinamento e vertimento. Para usinas a fio d'água, pode-se considerar o armazenamento fixo e a geração torna-se função apenas das demais variáveis. Ao contrário da função de custo de geração térmica, que limita inferiormente uma região convexa para o problema de otimização, a função de produção hidroelétrica não é necessariamente côncava. Desta forma, a região abaixo da função é originalmente não convexa, tornando-se necessário um procedimento de convexificação dessa função para que se possa aplicar um modelo LPPD para aproximá-la iterativamente. Isto é realizado construindo-se um modelo linear por partes "completo", denominado de FPHA (Função de produção hidroelétrica aproximada), que é apresentado com detalhes em (24) e ilustrado na Figura 3a.

A representação dinâmica desta função foi apresentada pelos autores em (15) apenas para usinas a fio d'água, sendo semelhante à adotada para os custos de geração térmica, com a diferença de que o processo para quando não há cortes do modelo "completo" entre os cortes ativos da função. Neste trabalho, considera-se um modelo dinâmico mais geral, envolvendo todas as usinas hidroelétricas com reservatório de regularização. A maior dificuldade neste caso é que o processo de interpolação para inclusão de novos planos deve ser feita no espaço bidimensional composto pelas variáveis V e Q , o qual se baseia nos centróides associados a cada plano da FPHA. A equação [3] mostra o conjunto de cortes resultantes para cada usina i , período t e cenário s e a Figura 3b mostra um esquema representativo desse processo.

$$GH_i^{t,s} \leq \gamma_{0i,t,s}^{(k)} + \gamma_{V,i,t,s}^{(k)} V_i^t + \gamma_{Q,i,t,s}^{(k)} Q_i^t + \gamma_{S,i,t,s}^{(k)} S_i^t, \quad k = 1, \dots, NCUT_{GH_i^{t,s}} \quad [3]$$

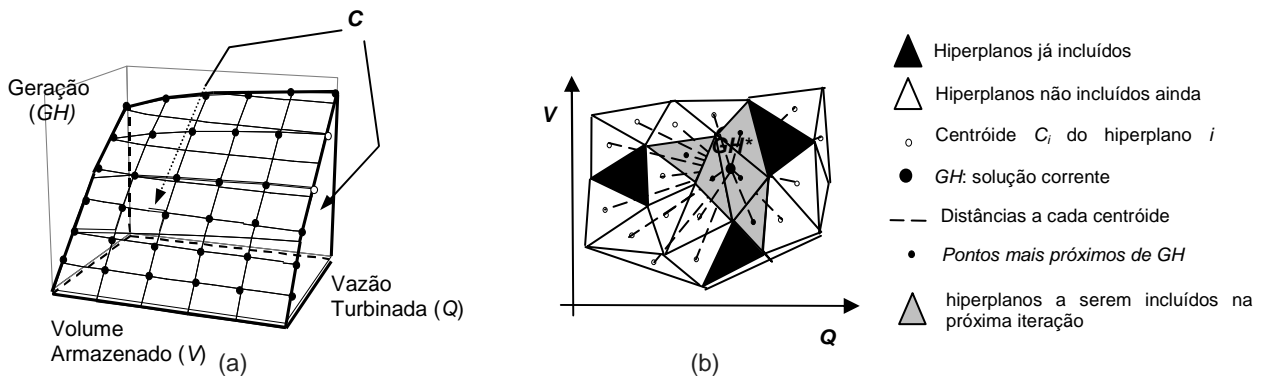


Figura 3: Modelo linear por partes para a FPHA (a) e abordagem dinâmica para inclusão de novos cortes (b).

3.3 Processo Iterativo geral e convergência do algoritmo

O processo iterativo como um todo é semelhante ao da PDDE, descrito na seção 2.2, apenas com a inclusão de um sub-processo iterativo para a resolução do subproblema referente a cada estágio. Algumas observações referentes a validade e desempenho do método são importantes:

- todos os cortes de Benders construídos em iterações anteriores continuam válidos, já que as modificações realizadas no problema de otimização de uma iteração para outra da PDDE (além dos cortes de Benders propriamente ditos) consistem apenas em adições de restrições. Portanto, a aproximação da função de custo futuro de cada período continua sendo uma envoltória inferior da função exata;
- o limite superior pode se tornar inválido sempre que se adicionam novas restrições em uma dada iteração. Portanto, não se considerou o valor de ZSUP para fins de convergência estatística do método.
- É impossível estabelecer um modelo diferente para cada nó da árvore completa, como realizado em (2). Portanto, constrói-se um modelo para cada par (t, ω) , onde ω é o índice da abertura do período t referente à série utilizada no processo forward;
- Para evitar a adição de muitos cortes desnecessários para aproximação da função em regiões que estariam longe do seu ponto ótimo de operação, utilizou-se uma tolerância mais folgada na acurácia do modelo linear por partes em iterações iniciais da PDDE, que foi decrescendo progressivamente até atingir a tolerância especificada.

4.0 - RESULTADOS NUMÉRICOS

Foram executados casos combinando-se 3 diferentes configurações térmicas (13, 23 e 43 unidades) com 2 configurações hidroelétricas (40 e 142 usinas hidroelétricas), além de 3 diferentes tamanhos de árvore:

- Pequena (P), com $T=2$ e 20 aberturas por nó (20 cenários);
- Média (M), com $T=4$ e 4 aberturas por nó (64 cenários);
- Grande (G), com $T=8$ e 2 aberturas por nó (128 cenários).

Considerou-se um valor de 0,1% para as tolerâncias δ_x e δ_y para aproximação do custo de geração térmica, com $NCUT_{inic} = NCUT_{adic} = 4$. Adotou-se apenas 1 série em cada iteração da PDDE.

4.1 Análise de consistência e validação do algoritmo

Os estudos apresentados neste artigo visam mostrar a validade do modelo proposto, tanto em relação à modelagem dinâmica das restrições como em relação à implementação do método de PDDE no contexto da utilização desses modelos dinâmicos. Desta forma, resolveram-se casos para os quais se pudesse aplicar o método de resolução do tipo PL Único (como apresentado em (15)), assim como também utilizar um modelo linear por partes dito “estático” (LPPE). Nesta variante de resolução do problema, são introduzidos, de uma só vez no subproblema de cada nó (t,s) , uma grande quantidade de cortes para aproximar as funções não lineares, e não se realiza o processo iterativo para refinamento da função ao longo do processo.

A Tabela 1 mostra o resultado da análise de consistência do método, onde se indica a solução ótima obtida pelo método PL Único, utilizando a variante LPPD e LPPE, assim como o limite inferior da PDDE, também com os dois métodos para aproximação das funções não lineares. Ressalta-se que o método de fato proposto neste artigo é o que combina LPPD com PDDE. Para este caso, utilizou-se a configuração com 40 usinas hidroelétricas.

Tabela 1 - Comparação entre a LPPE e LPPD – Valor da Solução ótima ($\$10^6$).

T	# nós	# unidades	Equivalente determinístico Solução ótima		PDDE limite inferior	
			LPPE	LPPD	LPPE	LPPD
2	21	13	6453,99	6453,98	6453,99	6453,98
		23	16495,52	16495,52	16495,52	16495,53
		43	23236,87	23236,87	23236,87	23236,87
4	85	13	13052,16	13052,15	13052,16	13052,16
		23	33426,60	33426,60	33426,60	33426,60
		43	47288,52	47288,52	47288,52	47288,52
8	255	13	26039,89	26039,89	26039,89	26039,90
		23	67113,66	67113,66	67113,66	67113,66
		43	95390,02	95390,02	95390,01	95390,02

4.2 Processo de Convergência da PDDE

Em seguida, apresenta-se o processo de convergência da PDDE (valor do limite inferior ZINF), para o caso maior da seção anterior (8 períodos, 255 nós e 43 unidades térmicas) para as duas configurações hidroelétricas consideradas. Para facilitar a visualizar melhor as diferenças, os valores foram trasladados em relação ao valor de custo futuro, que é muito superior ao valor do custo presente ao longo do horizonte de estudo. Ressalta-se que os custos dos dois casos não são comparáveis, já que a demanda é diferente, para se ajustar à capacidade instalada de ambas as configurações.

No caso menor, mostra-se também uma comparação com a convergência obtida utilizando o modelo estático, onde se percebe que o fato de se utilizar o modelo dinâmico não altera sensivelmente o padrão de convergência. Para o caso com 142 usinas hidroelétricas, o número de iterações foi muito maior para se conseguir estabilizar o quarto algarismo significativo do valor total de custo. É importante lembrar que, como ainda não foi implementado um critério de parada para o caso de utilização de modelos dinâmicos na PDDE, não houve parada do algoritmo por aproximação estatística entre os limites ZINF e ZSUP.

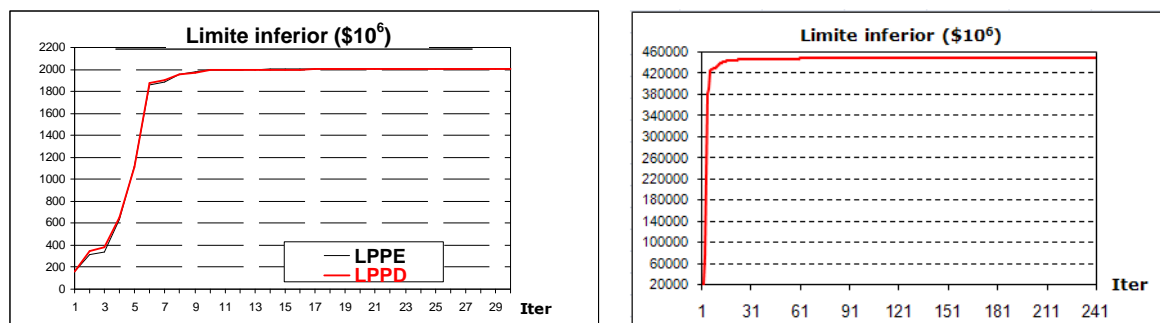


Figura 4: Processo de convergência da PDDE. À esquerda, comparação com a da modelagem estática das restrições, para o caso com 40 usinas hidroelétricas, e à direita o resultado para o caso com 142 usinas.

4.3 Tempo de CPU

Em seguida, mostra-se um resultado comparativo entre o tempo de CPU dos dois casos, para o caso com 40 usinas hidroelétricas e uma tolerância de 0,1% no custo ótimo de operação. Observa-se uma redução razoável no tempo computacional com a utilização do modelo dinâmico, em relação ao estático, para os casos maiores.

Tabela 2 - Comparação entre os tempos computacionais dos modelos LPPE e LPPD.

T	# nós	# unidades	Tempo de CPU (segundos)		# unidades
			LPPE	LPPD	
2	21	13	363,75	277,29	23,77%
		23	362,18	288,83	20,25%
		43	362,14	274,14	24,30%
4	85	13	390,57	367,55	5,89%
		23	377,22	353,11	6,39%
		43	380,82	339,72	10,79%
8	255	13	476,80	535,33	- 12,28%
		23	533,82	524,34	1,78%
		43	520,79	399,41	23,31%

4.4 Acurácia na representação da função

Nesta seção, realiza-se uma análise da acurácia na representação da função não linear em relação aos valores dos parâmetros adotados. Como se desejava avaliar com valores de acurácia bem detalhadas (da ordem de até 0,00001%), a análise foi feita apenas para o caso com modelagem dinâmica da geração térmica. Sua aplicação para a função de produção não foi possível, pois o modelo da FPHA com tolerâncias tão baixas levou a um número extremamente grande de cortes, resultando em problemas de tempo computacional para construção da função e memória na armazenagem dos cortes referentes a todas as usinas, períodos e cenários. Lembra-se que, para a geração térmica, é necessária apenas uma função para cada período e cenário, já que o modelo equivalente já representa acuradamente a função, conforme estudado com em detalhes em (15). Os resultados são mostrados na Figura 5, onde se percebe que tolerâncias em torno de 0,01% já são bastante razoáveis para serem adotadas na prática.

δ (%)	Δ_{Custo}
10	-
1	44,82662739
0,1	1,382450972
0,01	0,013103246
0,001	0,000292474
0,0001	1,30595E-06
0,00001	1,86032E-07

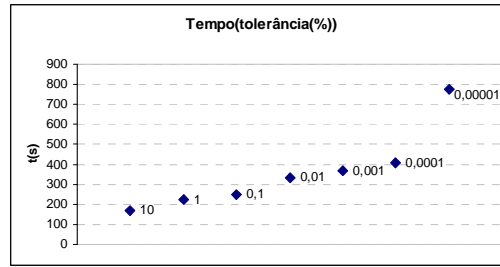


Figura 5: Sensibilidade no custo ótimo de operação e impacto no tempo de CPU

4.5 Robustez do modelo dinâmico em relação aos parâmetros

Finalmente, nesta seção realiza-se uma análise de sensibilidade do desempenho do modelo em relação à variação nos valores dos parâmetros $NCUT_{inic}$ e $NCUT_{adic}$, relacionados aos números de cortes iniciais e introduzidos por iteração, respectivamente. Novamente, considerou-se, nesta análise, o caso com modelagem dinâmica apenas do custo não linear de geração térmica. Não foram observadas diferenças significativas entre as variantes, o que confere uma certa robustez da estratégia em relação à definição dos parâmetros do modelo. Estes resultados se referem aos estudos apresentados em (16), onde se aplicou PDD ao invés da PDDE e utilizou reservatórios equivalentes ao invés da modelagem individualizada das usinas hidroelétricas.

Tabela 3 - Comparação entre os tempos computacionais dos modelos LPPE e LPPD.

$NCUT_{inic}$	Custo (1000\$)	t (seg)	Niter	$NCUT_{adic}$	Custo (1000\$)	t (seg)	Niter
4	953900,2209632580	346,18	26	2	953900,2210238610	372,65	27
8	953900,2211381250	384,88	30	4	953900,2209632580	367,79	26
16	953900,2210658310	372,97	30	6	953900,2211291290	358,13	29
24	953900,2211094670	278,07	26	8	953900,2211693720	304,37	27
40	953900,2211145740	359,94	28	10	953900,2211814340	338,24	30

5.0 - CONCLUSÕES

Neste artigo, propõe-se a extensão, para a estratégia de PDDE, da utilização de modelos lineares por parte dinâmicos (LPPD) para aproximar restrições não lineares, que tinham sido aplicados anteriormente pelos autores em problemas determinísticos ou problemas resolvidos por decomposição de Benders aninhada. Os resultados da aplicação da estratégia proposta, embora tenham sido realizados até o momento com casos de pequeno porte (até 8 períodos), são suficientes para demonstrar a validade do método proposto, em termos de obtenção de uma solução com grande acurácia em relação ao problema não linear. Há uma série de trabalhos posteriores a serem realizados para melhorar o desempenho do método e permitir sua aplicação, na prática, em problemas reais: uma melhor definição do modelo dinâmico a ser aplicado em cada cenário visitado pela PDDE, observando-se o estado do sistema naquele cenário, já que é impossível armazenar os modelos referentes a cada nó da árvore completa; implementar um método confiável para cálculo do limite superior, já que na abordagem dinâmica não se pode aplicar o método tradicional utilizada na PDDE, pelo fato de se adicionar restrições ao longo das iterações do algoritmo. Após estes aprimoramentos, será possível avaliar o desempenho do método para problemas de muito grande porte, como o resolvido atualmente no planejamento real de médio prazo da operação hidrotérmica do sistema brasileiro.

6.0 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- (1) L. A. M. Fortunato, T. A. A. Neto, J. C. R. Albuquerque, M. V. F. Pereira, "Introdução ao planejamento da expansão e operação de sistemas de produção de energia elétrica", Niterói: Universidade Federal Fluminense, EDUFF, 1990.
- (2) M.I.A. Ennes, R.N. Cabral, A.L.Diniz, "Modelagem linear por partes dinâmica para a estratégia de programação dinâmica dual aplicada ao problema de planejamento hidrotérmico não linear estocástico", XII SEPOPE, Rio de Janeiro, Maio 2012.
- (3) T.N. Santos, C.E.V. Boas, F.P. Mourão, A.L. Diniz, "Restrições de metas semanais na política de operação do sistema elétrico brasileiro", XII SEPOPE - Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning, Rio de Janeiro, Maio 2012.
- (4) M.E.P. Maceira, L.A. Terry, F.S. Costa, J. M. Damazio, A C. G. Melo, "Chain of optimization models for setting the energy dispatch and spot price in the Brazilian system", Proceedings of the Power System Computation Conference - PSCC'02, Sevilla, Spain, Junho 2002.

- (5) M.E.P. Maceira, V.S. Duarte, D.D.J. Penna, L.A.M. Moraes, A.C.G. Melo, "Ten years of application of stochastic dual dynamic Programming in official and agent studies in Brazil – Description of the NEWAVE program", 16th Power Systems Computation Conference - PSCC, Glasgow, SCO, Julho 2008.
- (6) J. R. Birge, *Decomposition and partitioning methods for multistage stochastic linear programs*, Oper.Res., 33 (5), p. 989-1007, 1985.
- (7) M. V. F. Pereira, L. M. V. G. Pinto, "Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning", *Math. Prog.*, v. 52, n.1-3, pp. 359-375, 1991.
- (8) A. B. Philpott, Z. Guan, "On the convergence of stochastic dual dynamic programming and related methods", *Operations Research Letters*, v.36, n.4, pp. 450-455, 2008.
- (9) D. P. Morton, "An enhanced decomposition algorithm for multistage stochastic hydroelectric scheduling", *Annals of Operations Research*, v. 64, pp. 211-235, 1996.
- (10) A. Shapiro, W. Tekaya, "Report for technical cooperation between Georgia Institute of Technology and ONS – Operador Nacional do Sistema", Technical Report, Georgia Institute of Technology, May 2011.
- (11) A. B. Philpott, V. L. Matos, "Dynamic sampling algorithms for multi-stage stochastic programs with risk aversion", *European Journal of Operational research*, v. 218, pp. 470-483, 2012.
- (12) S. Granville, G.C. Oliveira, L.M.Thomé, N.Campodónico, M.L.Latorre, M. V. F. Pereira, and L. A. Barroso, "Stochastic optimization of transmission constrained and large scale hydrothermal systems in a competitive framework," in Proc. *IEEE PES General Meeting*, Toronto, ON, Canada, 2003.
- (13) J. R. Birge, F. Louveaux, "Introduction to stochastic programming", Springer series in OR, 1997.
- (14) T. N. Santos, A. L. Diniz, "A Dynamic Piecewise Linear Model for DC Transmission Losses in Optimal Scheduling Problems", *IEEE Trans. Power Syst.* 26 (2), p. 508-519, 2011.
- (15) T. N. Santos, A. L. Diniz, "A Comparison of Static and Dynamic Models for Hydro production in Generation Scheduling Problems", *Proc. IEEE PES General Meeting*, Minneapolis, USA, 2010.
- (16) M. I. Ennes, "Custo equivalente de geração térmica através de uma modelagem linear por partes dinâmica aplicado ao problema de planejamento da operação hidrotérmica não linear estocástico", Dissertação de Mestrado, Programa de Engenharia de Sistemas, COPPE/UFRJ, Março 2013.
- (17) M. I. Ennes, A. L. Diniz, "A general equivalent thermal cost function for economic dispatch problems", Paper accepted for presentation in the 2012 IEEE-PES General Meeting, San Diego, 2012.
- (18) X. Liu, G. Zhao, "A decomposition method based on SQP for a class of multistage stochastic nonlinear programs", *Siam Journal on Optimization*, v.14, n.1, pp. 200-222, 2003.
- (19) M. L. L. Santos, E. L. Silva, E. C. Finardi, R. Gonçalves, "Practical aspects in solving the medium-term operation planning problem of hydrothermal power systems by using the progressive hedging method", *Int. Journ. Of Elect. Power and Energy Syst*, v.31, n.9, pp. 546-552, 2009.
- (20) S. Cerisola, J. M., Latorre, A. Ramos, "Stochastic dual dynamic programming applied to nonconvex hydrothermal models", *European Journal of Operational Research*, v. 218, n. 3, pp. 687-697, 2012.
- (21) C. Cervellera, C. P. Chen, A. Wen, "Optimization of a large scale water reservoir network by stochastic dynamic programming with efficient state space discretization", *European journal of operational research*, v. 171, n.3, pp. 1139-1151, 2006.
- (22) T. Homem-de-Mello, V.L. de Matos, E.C. Finardi, "Sampling strategies and stopping criteria for stochastic dual dynamic programming: a case study in long-term hydrothermal scheduling", *Energy Systems*, v.2, n.1, pp. 1-31, 2011.
- (23) J. E. Kelley, "The cutting planes method for solving convex problems", *Siam Journal*, v. 8, n. 4, pp. 703-712, 1960.
- (24) A.L. Diniz, M.E.P. Maceira, "A four-dimensional model of hydro generation for the short-term hydrothermal dispatch problem considering head and spillage effects", *IEEE Trans. Power Syst.*, v. 23, n.3, pp. 1298-1308, Agosto 2008.

7.0 - DADOS BIOGRÁFICOS



Renato Neves Cabral possui graduação em Matemática (2003) pela Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ), mestrado em Astronomia(2006) pelo Observatório Nacional e doutorado em Otimização em Engenharia de Sistemas (2007), todos pela UFRJ / COPPE. É pesquisador no CEPEL - Centro de Pesquisas de Energia Elétrica, do grupo ELETROBRÁS desde 2008. Tem 5 anos de experiência na área de programação matemática e otimização.

Michel Igor Ennes possui graduação em Engenharia Eletrônica e de Computação (2009) pela UFRJ, mestrado em Engenharia de Sistemas e Computação pela UFRJ / COPPE. É colaborador do CEPEL - Centro de Pesquisas de Energia Elétrica, do grupo ELETROBRÁS. Trabalha há cerca de 5 anos com programação matemática e otimização aplicada em problemas de planejamento e operação de Sistemas de Energia Elétrica.

André Luiz Diniz possui graduação em Engenharia Civil (1997), mestrado em Engenharia de Transportes (2000) e doutorado em Otimização em Engenharia de Sistemas (2007), todos pela UFRJ / COPPE. É pesquisador no CEPEL - Centro de Pesquisas de Energia Elétrica, do grupo ELETROBRÁS, e professor adjunto da UERJ - Universidade do Estado do Rio de Janeiro, no departamento de Estatística. Tem grande experiência na área de programação matemática e otimização, especialmente aplicada em problemas de planejamento e operação de Sistemas de Energia Elétrica.