



**XXII SNPTEE
SEMINÁRIO NACIONAL
DE PRODUÇÃO E
TRANSMISSÃO DE
ENERGIA ELÉTRICA**

BR/GOP/20
13 a 16 de Outubro de 2013
Brasília - DF

GRUPO - IX

GRUPO DE ESTUDO DE OPERAÇÃO DE SISTEMAS ELÉTRICOS - GOP

**PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS COM AVERSÃO AO RISCO:
UMA ABORDAGEM PARA CONTROLAR O RISCO DE DÉFICIT E LIMITAR A ENERGIA NÃO SUPRIDA**

**Luiz Carlos da Costa Jr. (*) Mario Veiga Pereira Sérgio Granville
PSR PSR PSR**

**Nora Campodónico Marcia Helena Costa Fampa
PSR COPPE/UFRJ**

RESUMO

O objetivo deste trabalho é propor uma metodologia para consideração de aversão ao risco no problema de planejamento da operação hidrotérmica considerando diretamente a incorporação de uma restrição de CVaR associada aos déficits de energia no algoritmo de PDDE. Será demonstrado que o custo de déficit implícito associado à restrição de CVaR, resultado da metodologia proposta, pode ser interpretado economicamente como os segmentos associados a uma curva de custo de déficit linear por partes, já utilizada atualmente no setor, porém ajustada automaticamente para o nível de risco desejado. Resultados serão ilustrados com o SIN.

PALAVRAS-CHAVE

Aversão ao risco, *Conditional Value-at-Risk*, Curva de custo de déficit, Planejamento da operação hidrotérmica, Programação Dinâmica Dual Estocástica.

1.0 - INTRODUÇÃO

A complexidade do problema de planejamento operativo resulta de três características: (i) a decisão ótima para um estágio depende dos estágios seguintes (*acoplamento temporal*), pois é possível armazenar a água nos reservatórios para uso futuro; (ii) toda decisão operativa é tomada *sob incerteza*, isto é, não sabemos quais são as afluências futuras; só conhecemos a distribuição de probabilidade das mesmas; e (iii) há uma *interdependência* entre o despacho econômico e a confiabilidade de suprimento: a operação de maior segurança energética é, evidentemente, a que aciona permanentemente as térmicas em sua capacidade máxima; no entanto, esta operação mais segura também é a mais cara. E vice-versa: a operação mais econômica corresponde a nunca acionar as térmicas, o que obviamente resulta na pior segurança de suprimento.

As características (i) e (ii) podem ser representadas e solucionadas através do algoritmo de programação dinâmica estocástica dual (PDDE). O resultado da PDDE é uma política operativa que minimiza o valor esperado do custo operativo (basicamente relacionado com os gastos de combustível das usinas térmicas). Para representar a característica (iii), o usuário deve informar o peso relativo das entre falhas de suprimento (cortes de carga, ou déficits) com relação aos custos operativos.

Uma maneira de representar este peso relativo é calcular o *custo econômico* do déficit. Isto pode ser feito através de uma matriz insumo-produto da economia, onde basicamente se calcula a perda da produção agregada (PIB) no caso de um racionamento. O resultado é uma função custo x profundidade do déficit. Se a função for linear, ela é caracterizada por um único parâmetro, o custo unitário do déficit. Por exemplo, o custo unitário do déficit utilizado pela EPE em seus estudos é 2.300 R\$/MWh. Uma vez conhecida a função de custo de déficit, o objetivo da PDDE passa a ser o de minimizar o valor esperado da soma dos custos operativo e de déficit.

No entanto, o uso do custo econômico do déficit tem duas limitações importantes: (i) incerteza nos parâmetros da matriz insumo-produto, que impacta a precisão do cálculo deste custo; e (ii) a confiabilidade de suprimento é um *resultado* do processo de otimização da PDDE, não um *parâmetro de entrada* para o mesmo. Isto significa que, se por alguma razão, houver uma mudança na *aversão ao risco* da sociedade, não seria possível representar a mesma no cálculo da política operativa.

Dado que esta mudança no perfil de aversão ao risco vem ocorrendo na operação do sistema brasileiro, como evidenciado pela introdução da Curva de Aversão a Risco CAR em 2002; do Procedimento Operativo de Curto Prazo (POCP) em 2008; e pelo maior acionamento das usinas térmicas desde outubro de 2012, passa a ser interessante analisar a possibilidade de determinar uma política operativa onde o objetivo é minimizar o valor esperado do custo operativo, sujeito a uma *restrição* na confiabilidade de suprimento:

$$\begin{aligned} \text{Min } E(CO) \\ IR \leq \epsilon \end{aligned} \quad (1)$$

Onde $E(CO)$ representa o valor esperado do custo operativo; IR é um *índice de risco*, por exemplo o risco de algum déficit ao longo de cada ano, ou (como será visto adiante), o *Conditioned Value at Risk* (CVaR) do déficit de suprimento; e ϵ representa o *perfil de aversão a risco*. Por exemplo, se o índice IR é o risco anual de déficit, ϵ seria, talvez, 3%. Por sua vez, se IR corresponder ao CVaR, o perfil de risco será dado, por exemplo, pela seguinte restrição: o valor esperado do corte de carga nos 1% piores cenários deve ser inferior a 2% da demanda.

O objetivo deste trabalho é mostrar como restrições relacionadas com a confiabilidade de suprimento podem ser incorporadas no algoritmo de PDDE. Em particular, será mostrado que o índice de risco IR correspondendo ao CVaR apresenta uma série de características vantajosas: adequação à percepção de aversão ao risco; facilidade de interpretação dos resultados para os usuários e sociedade em geral; simplicidade de implementação no modelo computacional; e eficiência computacional no cálculo da política operativa com restrição de CVaR.

A metodologia será ilustrada com uma aplicação ao sistema brasileiro, extraída do Programa Mensal de Operação (PMO) do ONS.

2.0 - A PDDE

2.1 Formulação matemática

As equações e restrições a seguir representam a recursão de PDDE para o problema de planejamento da operação no estágio t . Por simplicidade de apresentação, mas sem perda de generalidade, vamos supor que: (i) o sistema de geração é composto de uma única hidrelétrica e J usinas térmicas; (ii) o modelo estocástico de aflúências é AR(1), e é representado explicitamente (no algoritmo real, a representação é implícita).

$$\text{Função objetivo} \quad \alpha_t(v_t, a_{t-1}) = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \text{Min} \sum_{j=1}^J c_j g_{tj}^l + \alpha_{t+1}(v_{t+1}^l, a_t^l) \quad (2)$$

$$\text{Cálculo da aflúência no estágio } t, \text{ cenário } l \quad a_t^l = \phi_1 a_{t-1} + \phi_2 \xi_t^l \quad (3)$$

$$\text{Balanço hídrico} \quad v_{t+1}^l = v_t^l + a_t^l - u_t^l - s_t^l \quad (4)$$

$$\text{Limite de armazenamento} \quad v_{t+1}^l \leq \bar{v} \quad (5)$$

$$\text{Limite de turbinamento} \quad u_t^l \leq \bar{u} \quad (6)$$

$$\text{Atendimento à demanda} \quad \sum_{j=1}^J g_{tj}^l + \rho u_t^l = d_t \quad (7)$$

Notação: v_t é o volume armazenado no início do estágio t ; a_{t-1} é a aflúência observada no estágio anterior, $t-1$; l indexa os cenários hidrológicos do estágio t condicionados à aflúência no estágio $t-1$; j indexa as usinas térmicas; c_j é o custo operativo unitário (CVU) da térmica j ; g_{tj}^l é a energia produzida pela térmica j no cenário l ; $\alpha_{t+1}(v_{t+1}^l, a_t^l)$ representa o valor esperado do custo operativo de t até o final do horizonte de estudo (função de custo futuro, FCF); ϕ_1 e ϕ_2 são os parâmetros do modelo estocástico de aflúências; u_t^l e s_t^l são respectivamente o volume turbinado e vertido pela hidrelétrica no estágio; ρ é o coeficiente de produção da hidrelétrica; e d_t é a demanda de energia do estágio.

2.2 Algoritmo

De modo simplificado, o algoritmo de PDDE [1] pode ser descrito por um processo de decomposição do problema original dividido em duas fases: (i) a primeira fase, conhecida como *simulação forward*, consiste em uma simulação do sistema avançando no tempo onde é solucionado um problema de otimização para cada estágio t e para um conjunto de cenários de vazões sorteados do modelo estocástico visto acima (simulação Monte Carlo); (ii) segunda fase, conhecida como *recursão backward*, onde para cada estágio t são considerados os estados iniciais obtidos na simulação *forward* e são solucionados problemas para cada uma dos L cenários condicionados de vazões (ver formulação acima). A partir das variáveis duais obtidas da solução destes problemas, calcula-se um corte de Bendersque melhora a aproximação da FCF_{α_t} . Este processo segue iterativamente até que um critério de convergência estatístico seja atendido e é dito que o algoritmo encontrou a solução ótima do problema.

3.0 - REPRESENTAÇÃO DA AVERSÃO AO RISCO

3.1 Representação do déficit

A falha de suprimento ocorre quando o sistema de geração não consegue produzir energia suficiente para atender a demanda. Neste caso, a equação de atendimento à demanda(7) ficaria inviável e o algoritmo seria interrompido. Este problema pode ser contornado através da introdução de uma nova variável, r_t^l , que representa o corte de carga, ou déficit, no estágio:

$$\sum_{j=1}^J g_{tj}^l + \rho u_t^l + r_t^l = d_t \quad (8)$$

3.2 Representação do custo econômico do déficit

Como visto anteriormente, um parâmetro importante para a otimização é o *trade-off* entre custo operativo e confiabilidade de suprimento. Se, também como visto, for utilizado um custo econômico para o déficit, c_{def} a função objetivo passa a ser:

$$\alpha_t(v_t, a_{t-1}) = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \text{Min} \sum_{j=1}^J c_j g_{tj}^l + c_{def} \times r_t^l + \alpha_{t+1}(v_{t+1}^l, a_t^l) \quad (9)$$

Sob o “ponto de vista” do algoritmo de PDDE, é como se o déficit r_t^l fosse uma nova “térmica” de “capacidade” igual a d_t (pois no pior caso toda a demanda seria cortada) e “custo operativo” c_{def} . Portanto, não há necessidade de alterar o algoritmo, basta adicionar os parâmetros desta “térmica” ao conjunto de dados de entrada do modelo operativo.

Vamos agora analisar o caso em que o objetivo é minimizar o valor esperado do custo operativo sujeito a uma restrição na confiabilidade de suprimento.

3.3 Representação de restrições de confiabilidade

Como visto na Introdução, e na equação (1) (reproduzida abaixo), o objetivo é determinar uma política operativa minimize o valor esperado do custo operativo, sujeito a uma *restrição* na confiabilidade de suprimento, representada por um índice de risco, IR , e um limite ϵ :

$$\begin{aligned} \text{Min } E(CO) \\ IR \leq \epsilon \end{aligned} \quad (10)$$

Uma abordagem geral para resolver este problema é calcular o Lagrangiano da restrição de confiabilidade, e ajustar o valor do multiplicador de Lagrange até que a mesma seja atendida:

$$\max_{\lambda} \text{Min } E(CO) + \lambda (IR - \epsilon) \quad (11)$$

3.4 Escolha do índice de risco

O próximo passo é escolher um índice de risco. Como mencionado na Introdução, um índice bastante usado no Brasil é o *risco anual de déficit*, que será representado por R_{def} . Em termos práticos, R_{def} é estimado como a *fração* dos cenários de vazões simulados em que ocorreu pelo menos algum déficit ao longo do ano. Por exemplo, se a operação do sistema foi simulada de 2013 a 2017 com 2.000 cenários de vazões, e em 2014, 60 destes cenários apresentaram algum déficit (isto é, $r_t > 0$), isto significa que R_{def} para aquele ano seria $60/2.000 = 3\%$.

3.5 Processo de ajuste do Lagrangiano

À primeira vista, o processo de ajuste do Lagrangiano seria bastante simples:

1. Defina um valor inicial para λ .
2. Calcule a política operativa por PDDE, supondo que λ é o custo econômico do déficit, como visto acima:

$$\alpha_t(v_t, a_{t-1}) = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \text{Min} \sum_{j=1}^J c_j g_{tj}^l + \lambda \times r_t^l + \alpha_{t+1}(v_{t+1}^l, a_t^l) \quad (12)$$

3. Estime o risco anual de déficit, R_{def} a partir da simulação operativa com a política calculada no passo anterior
4. Se $R_{def} = \epsilon$ (para uma determinada tolerância), fim do processo: foi encontrada uma política que minimiza o valor esperado do custo de operação sujeita a uma restrição no risco de déficit.
5. Caso contrário, é necessário ajustar λ . Se $R_{def} < \epsilon$, diminua λ ; se $R_{def} > \epsilon$, aumente λ . Volte ao passo 2.

O procedimento acima, conhecido como *custo implícito de déficit*, é bastante intuitivo, e leva a resultados razoáveis. Inclusive, uma variante do mesmo foi usada no passado pelas equipes de planejamento (GCPS) para assegurar a coerência entre o critério de risco da época ($R_{def} \leq 5\%$) e a otimalidade do plano de expansão (valor esperado do custo marginal de operação = custo marginal de expansão).

3.6 O custo implícito do déficit não leva à política ótima

No entanto, pode-se demonstrar que o procedimento acima *não resulta* na política operativa ótima, isto é, pode-se calcular uma política operativa alternativa que atende à restrição de risco, mas tem um custo operativo esperado inferior ao da política acima.

A razão é que, no caso de índices de *risco* de déficit, cortes da demanda com diferentes profundidades, ou *severidades* (por exemplo, $r_t^l = 2\%$ e $r_t^m = 2,5\%$ da demanda) deveriam ter o *mesmo peso* para efeito de cálculo da política operativa (“perdidos por um, perdidos por mil”). No entanto, a função linear de custo de déficit $\lambda \times r_t^l$ na função objetivo acima penalizaria mais o corte de carga maior. Em outras palavras, o processo de ajuste dos multiplicadores está correto, porém a função de custo de déficit linear não é adequada.

3.7 Função de custo de déficit no caso de restrição em R_{def}

Se R_{def} é o índice de risco, a função de custo de déficit que levaria à minimização do custo operativo e atenderia a restrição $R_{def} \leq \epsilon$ (para o multiplicador λ ótimo) seria uma função *indicadora*, $I(r_t^l)$:

$$\text{IF } r_t^l > 0 \Rightarrow I(r_t^l) = 1; \text{ ELSE } I(r_t^l) = 0 \quad (13)$$

Neste caso, a função objetivo seria:

$$\alpha_t(v_t, a_{t-1}) = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \text{Min} \sum_{j=1}^J c_j g_{tj}^l + \lambda \times I(r_t^l) + \alpha_{t+1}(v_{t+1}^l, a_t^l) \quad (14)$$

Até recentemente, a existência de funções ou restrições não convexas impediria a aplicação da PDDE, pois a mesma requer convexidade. No entanto, novas técnicas de convexificação da FCF [2] viabilizaram a aplicação do algoritmo nestas situações.

3.8 Limitações do índice R_{def}

Apesar de ser possível resolver o problema de operação de mínimo custo com restrições de risco, os autores consideram que índices baseados somente na probabilidade de haver um déficit *não refletem* de maneira adequada o perfil de aversão ao risco desejável para o Brasil. Em nossa opinião, este perfil deveria levar em consideração tanto a probabilidade como a severidade (profundidade) do déficit.

3.9 Índice Value at Risk (VaR)

O VaR é uma medida estatística bastante utilizada e pode ser definido pela seguinte restrição:

$$\text{Probabilidade de um déficit } \geq \epsilon (\% \text{ da demanda}) \leq \alpha \quad (15)$$

Em outras palavras, o índice de risco baseado em VaR permite assegurar (com um grau de confiança de $(1-\alpha\%)$) que o corte de carga, se ocorrer, será menor que ϵ (no caso, uma fração da demanda).

Na opinião dos autores, o fato de o VaR considerar tanto a probabilidade como a profundidade do déficit VaR torna adequado para representar o perfil de aversão ao risco para o sistema brasileiro.

Um inconveniente de se calcular a política operativa com restrição de VaR é que, à semelhança do critério de risco, a função de penalização do déficit será uma função indicadora e, portanto, não convexa:

$$\text{IF } r_t^l > \epsilon (\% \text{ da demanda}) \Rightarrow I(r_t^l) = 1; \text{ ELSE } I(r_t^l) = 0 \quad (16)$$

Como mencionado, desenvolvimentos recentes permitiram a aplicação da PDDE mesmo no caso de funções e restrições não convexas. No entanto, os autores consideram que o índice CVaR, descrito a seguir, é superior ao índice VaR, pois é igualmente adequado para a representação do perfil de aversão ao risco, e pode ser implementado com funções convexas.

3.10 Índice Conditional Value at Risk (CVaR)

Uma ampla análise de diversas medidas estatísticas e suas inconsistências (como é o caso da não convexidade do Risco e do VaR) foi abordada em um contexto mais geral por [8] através da introdução do conceito de *medida de risco coerente*. Estes novos conceitos buscam caracterizar condições matemáticas específicas (sub-aditividade, monotonicidade, homogeneidade positiva e invariância por translação) que exigem alguns princípios básicos que uma medida de risco razoável deve satisfazer. Dentro deste contexto, o CVaR se destacou por atender estas condições e foi proposta por [4] como uma alternativa natural ao VaR.

O CVaR pode ser definido pela seguinte restrição:

$$\text{Valor esperado do déficit para os } \alpha\% \text{ piores cenários} \leq \epsilon \quad (17)$$

Ao se calcular uma política operativa com restrição de CVaR, é possível observar que a função de penalização do déficit será uma função *truncamentotransladada*:

$$\text{IF } r_t^l > \text{VaR} \Rightarrow T(r_t^l) = r_t^l - \text{VaR}; \text{ ELSE } T(r_t^l) = 0 \quad (18)$$

À primeira vista, a representação do CVaR dependeria também da representação do VaR o que traria inconveniente de ser não convexa. Entretanto, [3] propuseram um modelo convexo onde é possível representar o CVaR com a adição de variáveis auxiliares e de um conjunto de restrições lineares. Sendo assim, a função $T(r_t^l)$ pode ser substituída por:

$$T(r_t^l) = y_t^l = \max(r_t^l - b, 0) \quad (19)$$

Neste caso, a função objetivo seria:

$$\alpha_t(v_t, a_{t-1}, b) = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \text{Min} \sum_{j=1}^J c_j g_{tj}^l + \frac{\lambda}{\alpha} \times y_t^l + \alpha_{t+1}(v_{t+1}^l, a_t^l) \quad (20)$$

Neste modelo, b representa o VaR e torna-se uma variável de decisão do problema de otimização que indica a profundidade a partir da qual o déficit deve ser penalizado. Observe que a decisão b é comum a todos os cenários e pode ser interpretada como uma decisão de investimento *a priori* em uma “capacidade térmica” *adicional* que é capaz de reduzir o déficit sobre o qual se aplica a penalização, com em um problema de planejamento da expansão. Por sua vez, este valor é representado pela a variável y_t^l que, de acordo com a expressão (19), é exatamente o valor do déficit que excede b . O mesmo processo de ajuste do Lagrangiano descrito na seção 3.5 pode ser aplicado para a obtenção da solução ótima deste problema.

3.11 Interpretação da penalidade

Após o processo de ajuste do Lagrangiano, a solução ótima determinará a política operativa que minimiza o custo total de operação e garante o critério de confiabilidade imposto através da restrição de limite do CVaR. Além disto, será determinado o valor do VaR ótimo b^* e também a penalidade ótima λ^* .

Analizando a função objetivo do problema (20) observamos que na solução ótima as variáveis y_t^l têm um custo de λ^*/α . Sabemos também que $y_t^l = \max\{r_t^l - b, 0\}$, ou seja, y_t^l será maior que zero somente quando o déficit de energia r_t^l exceder b^* . Em outras palavras, quando o déficit energia for menor que b^* o custo aplicado ao déficit é igual a zero e quando o déficit exceder b^* é aplicado um custo igual λ^*/α sobre o excedente $r_t^l - b^*$.

Este resultado mostra um aspecto interessante que é a relação direta que a representação de uma restrição de CVaR tem com um segmento da função de custo de déficit. Para cada restrição de CVaR há um segmento

associado e estes segmentos sobrepostos formam uma função de custo de déficit linear por partes, conforme é ilustrado na Figura 1 – (a) em azul. Isto significa que é possível mapear a aversão a risco da sociedade através da imposição de limites máximos para o CVaR do déficit de energia em uma função de custo de déficit linear por partes. A Figura 1 – (b) representa a composição da curva de custo de déficit quando considerados conjuntamente uma penalização aplicada ao um critério de valor esperado da energia não suprida (primeiro segmento) e a penalização associada ao CVaR (segundo segmento).

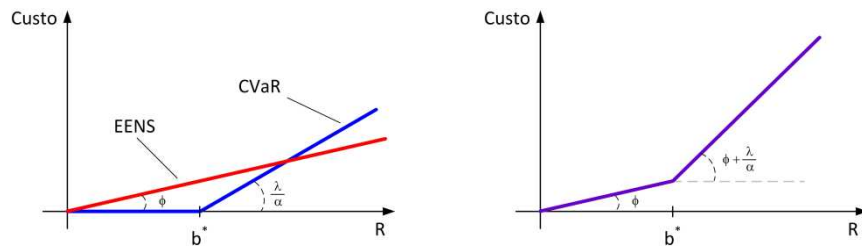


FIGURA 1 – (a) função custo associada ao valor esperado da energia não suprida e à restrição de CVaR
(b) Curva de custo de déficit resultante da soma das funções custo EENS e CVaR

Outra vantagem deste modelo é que uma vez obtida, a curva de déficit linear por partes que foi ajustada através modelo proposto para representar o perfil de risco desejado, pode ser utilizada diretamente nos estudos tradicionais de planejamento da operação, que já consideram uma curva semelhante como um parâmetro de entrada para o modelo.

3.12 Outros usos do CVaR no planejamento da operação

Após a modelagem proposta por [3] a utilização do CVaR foi bastante impulsionada e se tornou uma medida bastante atraente para aplicações em problemas de energia, especialmente no contexto do planejamento da operação de sistemas [9][10].

Mais recentemente, os trabalhos [5][6] propuseram um medida de risco CVaR associada não ao déficit, mas ao *custo operativo*: Em cada estágio do problema, minimiza-se uma combinação convexa do valor esperado e do CVaR deste custo. De uma maneira *simplificada*, esta formulação é análoga a aumentar o peso relativo dos cenários de afluições mais desfavoráveis (que estão associados aos cenários de custos mais elevados e, portanto, são componentes do CVaR). Em seguida, [7] propôs uma implementação que simplifica o processo de cálculo dos cortes da FCF na recursão *backward* da PDDE. As simulações apresentadas com este procedimento aumentam a segurança de suprimento, como esperado. No entanto, há discussões sobre a interpretação dos resultados e sobre o processo de convergência do algoritmo.

4.0 - ESTUDO DE CASO

Para ilustrar os conceitos da metodologia proposta, foi realizado um estudo *preliminar* baseado em um caso de configuração estática a partir do ano de 2016 baseado no Programa Mensal da Operação (PMO) de Janeiro de 2013 (caso BASE). O horizonte do estudo é de 8 anos (2016 a 2023) e os três primeiros anos são ignorados para fins de desconsideração da tendência hidrológica. É considerada a função de custo de déficit de patamar único calculada pela EPE para os estudos de planejamento de 2012, cujo valor é de 3.100 R\$/MWh.

Realizou-se uma análise inicial do caso BASE com o cálculo das medidas de “risco de qualquer déficit” e “risco de déficit superior a 2% da demanda” (tipicamente utilizadas nos estudos de planejamento da operação) e do CVaR_{5%} associado ao déficit, isto é, a média dos 5% piores cenários de déficit ocorridos. A Tabela 1 apresenta as medidas de risco encontradas calculadas para o horizonte de 2019-2023.

Tabela 1 – Medidas de risco associadas ao caso BASE

Medida	Sudeste	Sul	Nordeste	Norte	SIN
Risco qualquer déficit	2.7%	3.0%	1.5%	1.3%	3.0%
Risco déficit > 2% da demanda	0.7%	2.1%	0.4%	0.4%	1.0%
CVaR _{5%}	1.1%	4.4%	0.4%	0.6%	1.5%

Observa-se que os riscos mais acentuados ocorrem nos sistemas Sudeste e Sul. Em relação ao Sistema Interligado Nacional (SIN), temos um risco de qualquer déficit igual a 3% enquanto o déficit em 1% destes cenários fica acima de 2% da demanda. O CVaR_{5%} associado ao risco de déficit anual é de 1.5%.

Em seguida foi considerado o caso CVaR que consiste no caso BASE que considera adicionalmente uma restrição de que limita o $CVaR_{5\%}$ associado ao déficit de energia total à 1.3% da demanda do SIN. A Tabela 2 apresenta os resultados das medidas de risco associadas a este caso.

Tabela 2 – Medidas de risco associadas ao caso CVaR

Medida	Sudeste	Sul	Nordeste	Norte	SIN
Risco qualquer déficit	2.7%	2.8%	1.9%	1.8%	2.8%
Risco déficit > 2% da demanda	0.7%	1.6%	0.3%	0.2%	0.9%
$CVaR_{5\%}$	1.1%	3.4%	0.4%	0.4%	1.3%

É possível verificar o atendimento da restrição de CVaR assim como uma redução nos níveis de risco dos sistemas. É interessante observar que os níveis de risco associados à qualquer déficit podem aumentar em alguns casos apesar de os riscos associados a déficits maiores que 2% da demanda diminuírem. Isto se deve ao fato de o CVaR restringir a ocorrência de cenários da cauda da distribuição em detrimento da ocorrência de cenários menos severos. Outro aspecto interessante foi que o impacto da restrição de CVaR foi mais significativo no subsistema Sul, onde a ocorrência dos déficit foi mais severa.

4.1 Outras aplicações deste algoritmo

O modelo proposto neste trabalho onde se considera a minimização do custos total de operação sujeito a uma restrição de confiabilidade de CVaR é utilizado em [11] em uma proposta para cálculo da garantia física total do sistema.

5.0 - CONCLUSÃO

Este trabalho apresenta uma metodologia para obtenção de uma política operativa de mínimo custo esperado considerando um critério de aversão ao risco. O objetivo da abordagem proposta é considerar um critério de confiabilidade explícito através da representação de restrição que impõe que a medida de risco CVaR (*Conditional Value-at-Risk*) associada aos déficits de energia deve estar limitada à um máximo valor, de acordo com critério de segurança pré-determinado pelo planejador do sistema. A inclusão da restrição de CVaR se mostra interessante pois permite controlar diretamente a exposição do sistema à ocorrência de déficits mais severos sendo possível, por exemplo, a inclusão de uma restrição que imponha que o valor esperado da energia não suprida nos 1% piores cenários esteja limitado à um percentual da demanda anual.

O algoritmo proposto é baseado em um processo de ajuste da penalização associada à restrição de limite do CVaR e pode ser implementado de maneira eficiente utilizando o algoritmo de programação dinâmica dual estocástica (PDDE).

Em particular, mostrou-se que os resultados são facilmente interpretados pois há uma relação direta biunívoca entre a restrição de limite de CVaR e uma função de penalização linear por partes associada ao déficit de energia. Esta função já é utilizada nos estudos de planejamento da operação e a metodologia proposta permite estabelecer os coeficientes da curva já ajustados para o nível de risco pré-estabelecido. Uma vez calculada através da metodologia proposta, esta função pode ser utilizada para os demais estudos de planejamento da operação conforme a metodologia já em vigor.

Finalmente, foi possível verificar em um estudo de caso com o Sistema Interligado Nacional os impactos da consideração de uma restrição de CVaR.

6.0 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- (1) PEREIRA, M. V. F. & PINTO, L. *Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning Mathematical Programming*, 1991, 52, 359-375
- (2) THOMÉ, F. S. *Representação de não-convexidades no problema de operação hidrotérmica utilizando SDDP*, Tese de doutorado (a concluir), COPPE/UFRJ, 2013
- (3) ROCKAFELLAR, R. T., URYASEV, S. *Optimization of Conditional Value-at-Risk*. *Journal of Risk*, v. 2, 2000.
- (4) ACERBI, C., TASCHE, D. *Expected Shortfall: a natural coherent alternative to Value at Risk*. arXiv, May 2001.
- (5) PHILPOTT, A. B.; DE MATOS, V. L.; *Dynamics sampling algorithms for multi-stage stochastic programs with risk aversion*. *European Journal of Operational Research*, v. 218, p. 470-483, 2012.
- (6) SHAPIRO, A.; TEKAYA, W.; COSTA, J. P. & SOARES, M. P. *Risk neutral and risk averse Stochastic Dual Dynamic Programming method*, *European Journal of Operational Research*, 2013, 224, 375-391

- (7) DINIZ, A.L., TCHEOU, M.P., MACIEIRA, M.E.P. *Uma Abordagem Direta para Consideração do CVaR no Problema de Planejamento da Operação Hidrotérmica*. XII SEPOPE – Simpósio de Especialistas em Planejamento da Operação e Expansão Elétrica, Rio de Janeiro-RJ, maio de 2012.
- (8) ARTZNER, P.; DELBAEN, F.; EBER, J.-M. & HEATH, D. *Thinking coherently*, The Journal of Risk, 1997, 10.
- (9) ILIADIS, N. A.; PEREIRA, M. V. F.; GRANVILLE, S.; CHABAR, R. M. & BARROSO, L. A. N. *Portfolio Optimization of Hydroelectric Assets Subject to Financial Indicators*, Power Engineering Society General Meeting, IEEE, 2007, 1-8
- (10) JABR, R. A. *Robust self-scheduling under price uncertainty using Conditional Value-at-Risk*, Power Systems, IEEE Transactions on, 2005, 20, 1852 - 1858
- (11) AVILA, P.L., BEZERRA, B.V., BARROSO, L.A.N., GRANVILLE, S., PEREIRA, M.V.F., ARAÚJO, V.V., DOMINGUES, D. *Cálculo da garantia física total do sistema considerando restrições de aversão ao risco na política operativa*, XXII SNTPEE, Brasília-DF, outubro de 2013.

7.0 - DADOS BIOGRÁFICOS

Luiz Carlos da Costa Jr. possui MSc em otimização e é pesquisador na PSR.

Mário V. Pereira possui DSc em otimização e é presidente da PSR.

Sérgio Granville possui DSc em otimização e é diretor técnico na PSR.

Nora Campodónico possui DSc em otimização e é diretora técnica na PSR.

Marcia Helena Costa Fampa possui DSc em otimização e é professora do Departamento de Ciência e Computação e da COPPE na Universidade Federal do Rio de Janeiro.