



**XXIII SNPTTE  
SEMINÁRIO NACIONAL  
DE PRODUÇÃO E  
TRANSMISSÃO DE  
ENERGIA ELÉTRICA**

FI/GOP/27  
18 a 21 de Outubro de 2015  
Foz do Iguaçu - PR

**GRUPO - IX**

**GRUPO DE ESTUDO DE OPERAÇÃO DE SISTEMAS ELÉTRICOS - GOP**

**ANÁLISE COMPARATIVA DE DIFERENTES METODOLOGIAS PARA A SOLUÇÃO DO PROBLEMA DO  
COMISSIONAMENTO DE UNIDADES HIDRELÉTRICAS**

**Brunno H. Brito  
LABPLAN - UFSC**

**Erlon C. Finardi  
LABPLAN - UFSC**

**Fabício Y. K. Takigawa  
IFSC**

**RESUMO**

O objetivo principal desse artigo é apresentar uma análise comparativa de três diferentes estratégias para resolver o problema de Comissionamento de Unidades Hidrelétricas (CUH) de usinas acopladas em cascata, a partir de uma meta horária de demanda para o dia seguinte. A primeira estratégia utiliza técnicas de decomposição, que exploram a estrutura do problema. A segunda utiliza um pacote computacional de Programação Não Linear Inteira Mista (PNLIM) para resolver o problema completo. E, a última estratégia, baseia-se na linearização da função de produção das unidades hidrelétricas, no sentido de solucionar o problema resultante por Programação Linear Inteira Mista (PLIM).

**PALAVRAS-CHAVE**

Comissionamento de Unidades Hidrelétricas, Usinas Hidrelétricas Acopladas em Cascata, Relaxação Lagrangiana, Programação Não Linear Inteira Mista, Programação Linear Inteira Mista

**1.0 - INTRODUÇÃO**

No Brasil, o Sistema Interligado Nacional (SIN) é classificado como hidrotérmico, de grande porte, com predominância de usinas hidrelétricas e com múltiplos proprietários. O planejamento da operação é dividida por uma cadeia de três etapas, denominadas de planejamento de médio prazo, curto prazo e a Programação Diária da Operação (PDO). Nas duas primeiras etapas, o Operador Nacional do Sistema (ONS) dispõe de ferramentas computacionais consolidadas no setor. No entanto, isso não ocorre para a PDO (1). Desta forma, o ONS faz uso de diretrizes resultantes do modelo de curto prazo para conceber as metas de geração das usinas para cada meia hora do dia seguinte de operação (2).

De posse das metas de geração para o dia seguinte, os agentes de geração devem determinar quais unidades geradoras serão acionadas e seus respectivos níveis de geração, o que caracteriza um problema de comissionamento de unidades geradoras. No entanto, em usinas hidrelétricas, o problema de Comissionamento de Unidades Hidrelétricas (CUH) é complexo, pois é de natureza não linear, devido ao comportamento da função de produção das unidades, com variáveis binárias, que definem o acionamento ou não da unidade em cada estágio de tempo, e de grande porte, por conta da quantidade de variáveis envolvidas. Por isso, técnicas de programação matemática avançadas e ferramentas computacionais robustas têm sido alvos de estudos para se conseguir soluções viáveis em um tempo computacional compatível para esse problema.

Na literatura, o problema de CUH têm sido resolvido por diferentes estratégias de solução. Dentre essas estratégias, destacam-se: as que utilizam técnicas de Relaxação Lagrangiana (RL) e Recuperação Primal (RP) (1), (3); as que resolvem o problema com pacotes computacionais de Programação Não Linear Inteira Mista (PNLIM) (4), (5); e as que linearizam a função de produção e utilizam pacotes computacionais de Programação Linear Inteira Mista (PLIM) (6), (7). Nesse sentido, este artigo apresenta uma análise comparativa dessas três diferentes estratégias para resolver o problema de CUH de um sistema real com 8 usinas em cascata e 29 unidades geradoras.

(\*) Laboratório de Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica – LabPlan, EEL, CTC, UFSC.  
Campus Trindade, CEP 88.040-900 Florianópolis, SC – Brasil  
Tel: (+55 48) 3721-9731 – Fax: (+55 48) 3721 3721-7538 – E-mail: brunno@ifto.edu.br

Este artigo está organizado da seguinte maneira, na Seção 2.0 a modelagem do problema de CUH para usinas hidrelétricas acopladas em cascata é descrita. Na Seção 3.0, são abordadas as diferentes estratégias de solução propostas para solucionar o problema de CUH, e, na Seção 4.0, a análise comparativa com os principais resultados computacionais das estratégias é apresentada. Por fim, as conclusões são apresentadas na Seção 5.0.

## 2.0 - MODELAGEM E FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Esta seção inicialmente apresenta a modelagem da função de produção das unidades hidrelétricas. Na sequência, a formulação completa do problema de CUH para usinas hidrelétricas acopladas em cascata é apresentada.

### 2.1 Função de Produção Hidrelétrica

A função de produção hidrelétrica é modelada de maneira similar a (1), conforme descrito em [1]:

$$pg = G \cdot q \cdot \eta(v, q, Q, S) \cdot hl(v, q, Q, S) - pgg(pg) - pmt(pg), \quad [1]$$

Em que,

$pg$  é a potência elétrica ativa do gerador, em MW;

$G$  é uma constante obtida a partir da aceleração da gravidade e da densidade da água sendo, aqui, considerada igual a  $9,81 \cdot 10^{-3} \text{ kg/(m}^2\text{s}^2\text{)}$ ;

$q$  é a vazão turbinada da unidade, em  $\text{m}^3/\text{s}$ ;

$\eta(.)$  é o rendimento hidráulico de uma dada unidade hidrelétrica, dado por:

$$\eta = c_0 + c_1 \cdot q + c_2 \cdot hl(v, q, Q, S) + c_3 \cdot q \cdot hl(v, q, Q, S) + c_4 \cdot q^2 + c_5 \cdot hl(v, q, Q, S)^2, \quad [2]$$

Em que:

$c_0, \dots, c_5$  são os coeficientes do polinômio que representa o rendimento de uma dada unidade hidrelétrica;

$hl(.)$  é a altura de queda líquida da unidade, em m, dado por:

$$hl = a_0 + a_1 \cdot v + a_2 \cdot v^2 + a_3 \cdot v^3 + a_4 \cdot v^4 - (b_0 + b_1 \cdot d + b_2 \cdot d^2 + b_3 \cdot d^3 + b_4 \cdot d^4) - k_p \cdot q^2 - k_s \cdot q^2, \quad [3]$$

Em que:

$a_0, \dots, a_4$  são os coeficientes do polinômio que representa a cota de montante para o reservatório;

$b_0, \dots, b_4$  são os coeficientes do polinômio que representa a cota de jusante para o reservatório;

$k_p$  é uma constante que depende das características físicas do conduto forçado ( $\text{s}^2/\text{m}^5$ );

$k_s$  é uma constante que depende da área da seção de baixa pressão da turbina e da aceleração da gravidade ( $\text{s}^2/\text{m}^5$ );

$d$  é a vazão defluente do reservatório ( $\text{m}^3/\text{s}$ );

$v$  é o volume do reservatório, em  $\text{hm}^3$ ;

$Q$  é a vazão turbinada da usina, em  $\text{m}^3/\text{s}$ ;

$S$  é a vazão vertida da usina, em  $\text{m}^3/\text{s}$ ;

$pgg(.)$  são as perdas globais do gerador, que representam as perdas elétricas da máquina mais uma parcela das perdas mecânicas nos mancais e selo de vedação, em MW, dado por:

$$pgg = f_0 + e^{f_1 \cdot pg}, \quad [4]$$

Em que:

$f_0, f_1$  são os coeficientes da função que representa as perdas globais do gerador;

$pmt(.)$  são as perdas mecânicas da turbina, associadas à potência consumida pelo atrito com os mancais guias e de escora, além das perdas na vedação do eixo da turbina, em MW, dado por:

$$pmt = g_0 + g_1 \cdot pg + g_2 \cdot pg^2, \quad [5]$$

Em que:

$g_0, \dots, g_2$  são os coeficientes do polinômio que representa as perdas mecânicas da turbina.

### 2.2 Formulação do Problema

O problema de otimização proposto nesse trabalho é dado por:

$$\min \Theta = \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R Q_{rt} + S_{rt}, \quad [6]$$

sujeito a:

$$v_{rt} - v_{r,t-1} + c \left[ Q_{rt} + S_{rt} - \sum_{m \in \mathcal{N}_r} (Q_{m,t-\tau_{mr}} + S_{m,t-\tau_{mr}}) \right] = c \cdot y_{rt}, \quad [7]$$

$$v_r^{\min} \leq v_{rt} \leq v_r^{\max}, \quad 0 \leq S_{rt} \leq S_r^{\max}, \quad [8]$$

$$\sum_{j=1}^{n_r} pg_{jrt} = L_{rt}, \quad [9]$$

$$pg_{jrt} = G \cdot q_{jrt} \cdot \eta_{jrt}(v_{rt}, q_{jrt}, Q_{rt}, S_{rt}) \cdot hl_{jrt}(v_{rt}, q_{jrt}, Q_{rt}, S_{rt}) - pgg_{jrt}(pg_{jrt}) - pmt_{jrt}(pg_{jrt}), \quad [10]$$

$$e_0 + e_1 \cdot hl_{jrt} + e_2 \cdot hl_{jrt}^2 + e_3 \cdot hl_{jrt}^3 \leq q_{jrt} \leq d_0 + d_1 \cdot hl_{jrt} + d_2 \cdot hl_{jrt}^2 + d_3 \cdot hl_{jrt}^3, \quad [11]$$

$$\sum_{j=1}^{n_r} q_{jrt} = Q_{rt}, \quad [12]$$

$$u_{jrt} \geq u_{jrp} - u_{jr, p-1}, p \in [t+1 - t_{jr}^{up}, t-1], \quad [13]$$

$$\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} pg_{jkrt}^{\min} \cdot z_{jkrt} \leq pg_{jrt} \leq \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} pg_{jkrt}^{\max} \cdot z_{jkrt}, \quad [14]$$

$$\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} z_{jkrt} = u_{jrt}, \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} z_{jkrt} \leq 1, z_{jkrt} \in \{0,1\}, u_{jrt} \in \{0,1\}, \quad [15]$$

Em que,

$R$	é o número total de reservatórios do sistema;
$T$	é o número total de estágios;
$j$	é o índice associado às unidades geradoras;
$r$	é o índice associado aos reservatórios da cascata;
$t$	é o índice associado aos estágios de tempo;
$k$	é o índice das zonas de operação das unidades;
$c$	é a constante que transforma a vazão (m³/s) em volume (hm³), em um período igual a uma hora;
$y_{rt}$	é a vazão incremental afluente do reservatório $r$ ao longo do estágio $t$ (m³/s);
$L_{rt}$	é a meta de geração para a usina do reservatório $r$ no estágio $t$ ;
$u_{jrt}$	é a variável binária que indica se a unidade $j$ do reservatório $r$ está ligada no estágio de tempo $t$ ;
$z_{jkrt}$	é a variável binária que indica se a unidade $j$ do reservatório $r$ está ligada na zona $k$ , no estágio $t$ ;
$pg_{jkrt}^{\min/\max}$	é a potência mínima/máxima da unidade $j$ , reservatório $r$ e estágio $t$ operando na zona $k$ (MW)
$n_{rt}$	é o número de unidades disponíveis no reservatório $r$ e no estágio $t$ ;
$\Phi_{jr}$	é o número total de zonas proibidas de operação da unidade $j$ do reservatório $r$ ;
$\tau_{mr}$	é o tempo de viagem da água entre os reservatório $m$ e $r$ ;
$\mathfrak{R}_r$	é o conjunto de reservatórios imediatamente a montante ao reservatório $r$ ;
$d_0, \dots, d_3$ e $e_0, \dots, e_3$	são constantes.

Como pode ser visto em [6], o interesse do agente gerador está em minimizar a vazão defluente das usinas ao longo do período de planejamento. A restrição [7] representa o princípio da conservação da massa d'água e considera o tempo de viagem da água entre os reservatórios. Em [8], os limites dos volumes dos reservatórios e da vazão vertida são representados. O atendimento à demanda é representada na restrição [9]. A função de produção é representada por meio da restrição [10]. Os limites de vazões turbinadas das unidades, dependentes da altura de queda líquida, são representados em [11]. A restrição [12] garante que a vazão turbinada da usina seja igual à soma das vazões turbinadas nas unidades. As restrições de *uptime* [13] garantem um tempo mínimo ligado às unidades depois de acionadas, preservando assim a vida útil das mesmas. Os limites de geração, considerando diferentes zonas de operação, são representados em [14]. As restrições de integralidade do sistema são representadas em [15].

### 3.0 - ESTRATÉGIAS DE SOLUÇÃO

#### 3.1 Relaxação Lagrangiana e Recuperação Primal (RL/RP)

##### 3.1.1 Relaxação Lagrangiana (RL)

A RL baseia-se na construção do problema dual a partir da relaxação das restrições que acoplam o problema, que são transferidas para a função objetivo e ponderadas por variáveis denominadas multiplicadores de Lagrange (8). Para decompor o problema primal deste trabalho [6]-[15], utiliza-se a técnica de duplicação de variáveis para  $Q$ ,  $S$  e  $v$  acrescentando as seguintes restrições ao problema:

$$Qa_{rt} = Q_{rt}, Sa_{rt} = S_{rt}, va_{rt} = v_{rt}. \quad [16]$$

Substituindo as variáveis artificiais ( $Qa$ ,  $Sa$  e  $va$ ) na função objetivo [6], nas restrições de conservação da massa d'água [7] e nos limites hidráulicos [8], o problema torna-se separável. Para isso basta relaxar as restrições criadas [16], levando-as para a função objetivo acompanhadas de multiplicadores de Lagrange ( $\lambda Q_{rt}$ ,  $\lambda S_{rt}$  e  $\lambda v_{rt}$ ). O problema dual é dividido em dois subproblemas menores, um com as variáveis artificiais, denominado Subproblema Hidráulico (SH) e outro com as variáveis originais, denominado Subproblema de Programação (SP) da seguinte maneira:

$$\Phi^{SH} = \min \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R [(1-\lambda Q_{rt}) \cdot Qa_{rt} + (1-\lambda S_{rt}) \cdot Sa_{rt} - \lambda v_{rt} \cdot va_{rt}],$$

sujeito a :

$$va_{rt} - va_{r,t-1} + c[Qa_{rt} + Sa_{rt} - \sum_{m \in \mathfrak{R}_r} (Qa_{m,t-\tau_{mr}} + Sa_{m,t-\tau_{mr}})] = c \cdot y_{rt},$$

$$v_r^{\min} \leq va_{rt} \leq v_r^{\max}, 0 \leq Sa_{rt} \leq S_r^{\max},$$

$$\Phi^{SP} = \min \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R (\lambda Q_{rt} \cdot Q_{rt} + \lambda S_{rt} \cdot S_{rt} + \lambda v_{rt} \cdot v_{rt}),$$

sujeito a : [9] a [15].

Pode-se observar que o subproblema SH [17] é um único problema linear, acoplado no tempo e no espaço, devido às restrições de conservação da massa d'água. O subproblema SP [18] possui  $R$  problemas de natureza não linear inteira mista, pois o subproblema é desacoplado no espaço, mas acoplado no tempo, devido às restrições de *uptime*. Para resolver o problema dual, o método dos feixes foi implementado de forma semelhante a (1).

### 3.1.2 Recuperação Primal (RP)

A RP tem como principal objetivo tornar viável a solução obtida na RL. Nesta etapa, a técnica do Lagrangeano Aumentado Inexato (LAI) (8) é utilizada para penalizar as restrições relaxadas adicionando termos quadráticos na função dual, tornando a função dual diferencial. De maneira a aproximar os termos quadráticos, utiliza-se o método de linearização parcial conhecido como Princípio do Problema Auxiliar (9). Desta forma, os subproblemas, SH e SP, ficam:

$$\Theta^{SH} = \min \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \{ (1-\lambda Q_{rt}) \cdot Qa_{rt} + (1-\lambda S_{rt}) \cdot Sa_{rt} - \lambda v_{rt} \cdot va_{rt} + \frac{1}{2\mu} [(Qa_{rt} - kQ_{rt})^2 + (Sa_{rt} - kS_{rt})^2 + (va_{rt} - kv_{rt})^2] \},$$

sujeito a : (3.3) e (3.4),

$$va_{rt} - va_{r,t-1} + c[Qa_{rt} + Sa_{rt} - \sum_{m \in \mathfrak{R}_r} (Qa_{m,t-\tau_{mr}} + Sa_{m,t-\tau_{mr}})] = c \cdot y_{rt},$$

$$v_r^{\min} \leq va_{rt} \leq v_r^{\max}, 0 \leq Sa_{rt} \leq S_r^{\max},$$

$$\Theta^{SP} = \min \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \{ \lambda Q_{rt} \cdot Q_{rt} + \lambda S_{rt} \cdot S_{rt} + \lambda v_{rt} \cdot v_{rt} + \frac{1}{2\mu} [(Q_{rt} - kQ_{rt})^2 + (S_{rt} - kS_{rt})^2 + (v_{rt} - kv_{rt})^2] \},$$

sujeito a : [9] a [15].

Em que  $\mu$  é o parâmetro de penalidade quadrática ( $\mu > 0$ ) e  $kQ_{rt}$ ,  $kS_{rt}$  e  $kv_{rt}$  são constantes chamadas de centro de gravidade obtidas pela média da solução (variável original e artificial) da iteração anterior.

Na RP, o método do gradiente (8) é utilizado para atualizar os multiplicadores de Lagrange, de maneira similar a (1).

### 3.2 Programação Não Linear Inteira Mista (PNLIM)

Nesta estratégia, utiliza-se o pacote computacional AIMMS Outer Approximation (AOA) disponibilizado pelo programa AIMMS para encontrar uma solução viável ao problema [6]-[15] de forma direta. O algoritmo de aproximação exterior padrão do pacote AOA (10) resolve uma sequência alternada de Problemas Não Lineares (PNL) com todas as variáveis contínuas e problemas de Programação Linear Inteira Mista (PLIM). Ambos são mais fáceis de serem resolvidos por pacotes convencionais específicos de programação.

No entanto, vale ressaltar que foi necessário solucionar o problema de forma simplificada (sem as perdas *pmt* e *pgg* em [10] e com limites mínimo e máximo constantes para  $q$  em [11]), para gerar um ponto de partida para que o AOA conseguisse retornar uma solução para o problema [6]-[15]. O algoritmo básico de solução do AOA é ilustrado na Figura 1.

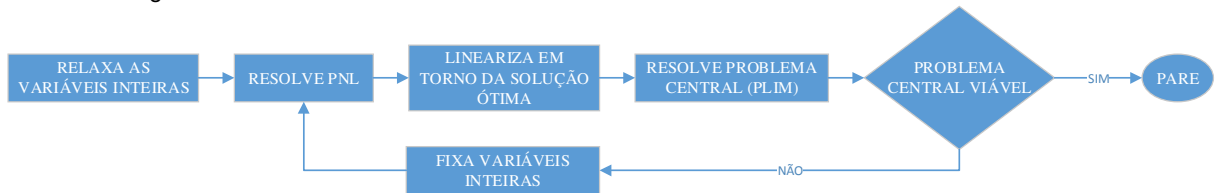


FIGURA 1 – Algoritmo AOA.

### 3.3 Programação Linear Inteira Mista (PLIM)

A linearização da função de produção [1] está baseada na interpolação tridimensional apresentada em (8). Neste sentido são necessários nove pontos iniciais de  $(H, Q, PG)$ . Inicialmente, são escolhidas três curvas de desempenho da unidade geradora referente a três alturas de queda líquida,  $H$ , (mínima, de projeto e máxima), representadas aqui pelo índice  $x$ . Para cada curva, calcula-se três vazões turbinadas,  $Q$ , (utiliza-se a equação [11] para definir a mínima e a máxima e, posteriormente, a média delas) e as potências geradas,  $PG$ , respectivas a cada ponto de  $H$  e  $Q$ , utilizando [1].

Desta forma, tem-se os nove pontos que representam linearmente a função de produção, ou seja, três pontos para cada uma das três alturas de queda líquida. Os pontos relacionados à mesma altura de queda são representados matematicamente pelo índice  $y$ . Criados os pontos, o espaço bidimensional da aproximação linear da curva colina é dividido em oito triângulos, conforme pode ser observado na Figura 2.

A vantagem deste método é que os pontos de operação dentro de cada triângulo podem ser determinados atribuindo pesos  $w$  nos pontos referentes aos vértices dos triângulos  $(H, Q, PG)$  e, para isso, são necessárias apenas três novas variáveis binárias ( $a, b, c$ ).

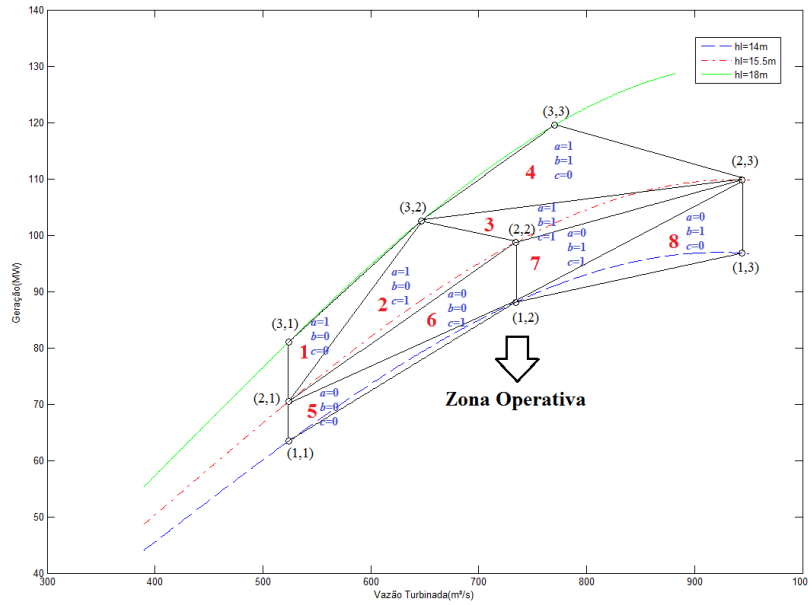


FIGURA 2 – Linearização da Função de Produção.

Desta forma, pode-se substituir no problema [6]-[15], as restrições que representam as funções de produção [10] e os limites de vazão [11], pelo seguinte conjunto de restrições:

$$\sum_{x \in X} \sum_{y \in Y} w_{jrt}(x, y) = u_{jrt}, \quad [21]$$

$$hl_{jrt} = fcm_{rt}^*(v_{rt}) - fcj_{jr}^* - ph_{jr}^*, \quad [22]$$

$$hl_{jrt} \leq \sum_{x \in X} \sum_{y \in Y} w_{jrt}(x, y) \cdot H_{jr}^*(x, y) + h^{\max} \cdot (1 - u_{jrt}), \quad hl_{jrt} \geq \sum_{x \in X} \sum_{y \in Y} w_{jrt}(x, y) \cdot H_{jr}^*(x, y), \quad [23]$$

$$q_{jrt} = \sum_{x \in X} \sum_{y \in Y} w_{jrt}(x, y) \cdot Q_{jr}^*(x, y), \quad pg_{jrt} = \sum_{x \in X} \sum_{y \in Y} w_{jrt}(x, y) \cdot PG_{jr}^*(x, y), \quad [24]$$

$$w_{jrt}(1,3) + w_{jrt}(2,3) + w_{jrt}(3,3) \leq b_{jrt}, \quad w_{jrt}(1,1) + w_{jrt}(2,1) + w_{jrt}(3,1) \leq 1 - b_{jrt}, \quad [25]$$

$$w_{jrt}(3,1) + w_{jrt}(3,2) + w_{jrt}(3,3) \leq a_{jrt}, \quad w_{jrt}(1,1) + w_{jrt}(1,2) + w_{jrt}(1,3) \leq 1 - a_{jrt}, \quad [26]$$

$$w_{jrt}(2,2) \leq c_{jrt}, \quad w_{jrt}(1,1) + w_{jrt}(3,1) + w_{jrt}(1,3) + w_{jrt}(3,3) \leq 1 - c_{jrt}, \quad [27]$$



Pode-se observar que a estratégia RL/RP retornou o melhor resultado no valor da  $f_{obj}$ , utilizando a menor quantidade de água para atender a demanda estabelecida. No entanto, o valor obtido pela estratégia do AOA foi próximo da RL/RP, mas com um tempo computacional bem superior. E o PLIM teve o pior valor da  $f_{obj}$ , mas com um tempo computacional menor. Na Figura 4 está ilustrada uma comparação na alocação das unidades para  $H_6$  nas três estratégias propostas.

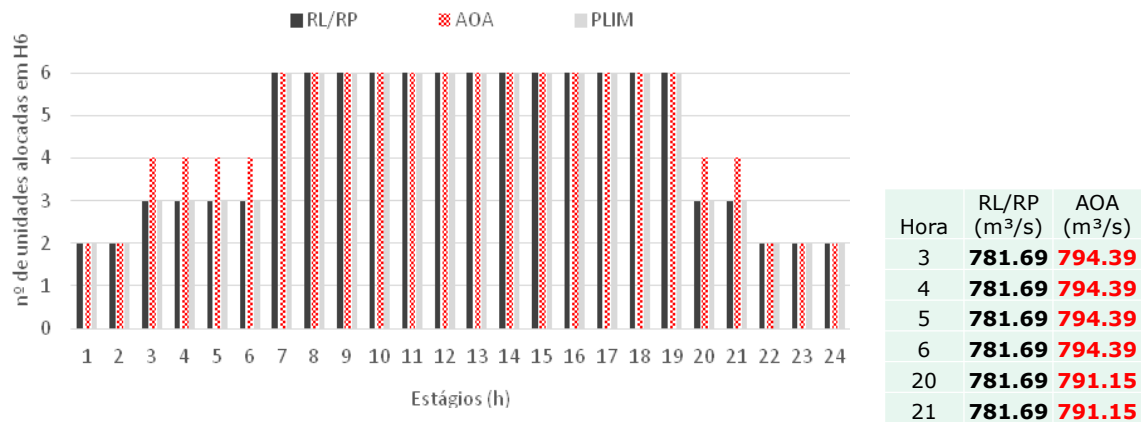


FIGURA 4 – Diferença na alocação das unidades hidrelétricas para usina  $H_6$  – RL/RP, AOA e PLIM.

Pode-se observar que a alocação das unidades foi idêntica para as estratégias RL/RP e PLIM, o que também ocorreu para as demais usinas. No entanto, os valores de geração resultante do PLIM não foram satisfatórios. Comparando a estratégia da RL/RP com o AOA, pode-se perceber que a diferença na alocação das unidades pelo AOA ( $t=3, 4, 5, 20$  e  $21$ ) é resultante de um despacho pior, pois consome mais água para ter a mesma geração horária. Neste sentido, a estratégia da RL/RP é a que apresenta o melhor conjunto de resultados para este cenário. Na Tabela 2, estão ilustrados os principais resultados (função objetivo, volume final e tempo de simulação) dos seis cenários simulados.

TABELA 2: Resumo dos resultados – Seis cenários.

Cenários	$f_{obj}$ (m³/s)	Vf (hm³)	t (s)	$f_{obj}$ (m³/s)	Vf (hm³)	t (s)	$f_{obj}$ (m³/s)	Vf (hm³)	t (s)
	RL/RP			PNLIM			PLIM		
1	153.719,9	19.355,46	50,7	153.896,3	19.355,44	437,5	156.656,2	19.321,50	19,08
2	163.405,9	14.588,01	69,3	162.933,9	14.588,02	334,4	165.807,1	14.579,16	133,29
3	163.621,9	19.354,75	54,8	163.691,7	19.354,68	300,7	166.686,5	19.321,61	20,76
4	174.623,2	14.587,18	77,6	174.251,1	14.587,42	430,0	177.462,1	14.578,77	200,48
5	154.639,9	19.366,15	63,9	154.835,0	19.348,06	348,8	157.271,4	19.334,31	71,93
6	165.006,8	14.598,74	76,7	164.816,7	14.598,75	322,5	166.846,5	14.590,71	274,83

Analisando os resultados da Tabela 2, pode-se perceber que os valores de  $f_{obj}$  das estratégias RL/RP e AOA foram muito próximas. Para volumes iniciais altos a estratégia da RL/RP forneceu soluções de melhor qualidade. No entanto, para volumes iniciais de 30% o módulo AOA apresentou soluções ligeiramente melhores. Essa diferença é reflexo das pequenas diferenças no número de unidades despachadas em algumas horas, tendo em vista que estas estratégias dividem igualmente a demanda de geração quando é necessário despachar mais de uma unidade geradora. A solução da PLIM mostrou-se eficiente na alocação das unidades geradoras. No entanto, as variáveis contínuas não apresentaram soluções tão boas quanto às demais estratégias.

Na Tabela 3 estão ilustrados os momentos, no Cenário 2, em que as estratégias da RL/RP, do AOA e do PLIM alocaram números de unidades diferentes. Na tabela ainda pode-se observar a diferença na vazão turbinada entre as estratégias da RL/RP e do AOA nesses momentos. Verifica-se que em quase todos os momentos a PLIM alocou o mesmo número de unidades que a estratégia que forneceu a menor vazão turbinada.

TABELA 3: Diferentes alocações das unidades no Cenário 2.

Momentos	Usina	Hora	RL/RP (unid.)	AOA (unid.)	PLIM (unid.)	RL/RP (m³/s)	AOA (m³/s)
Alocação						Q	
1	H <sub>4</sub>	10	2	3	3	552,2	555,7
2	H <sub>4</sub>	11	2	3	3	581,5	573,0
3	H <sub>4</sub>	13	3	4	3	767,0	776,0
4	H <sub>4</sub>	21	3	4	4	929,3	875,6
5	H <sub>5</sub>	8	3	4	4	1.124,3	1.073,0



6	H <sub>5</sub>	9	3	4	4	1.124,7	1.073,1
7	H <sub>5</sub>	12	3	4	4	1.126,0	1.073,7
8	H <sub>5</sub>	13	3	4	4	1.125,9	1.073,7
9	H <sub>5</sub>	14	3	4	4	1.126,1	1.073,8
10	H <sub>5</sub>	15	3	4	4	1.126,3	1.073,8
11	H <sub>5</sub>	22	3	4	4	1.127,5	1.074,4
12	H <sub>6</sub>	3	3	4	3	781,7	794,4
13	H <sub>6</sub>	4	3	4	3	781,7	794,4
14	H <sub>6</sub>	5	3	4	3	781,7	794,4
15	H <sub>6</sub>	6	3	4	3	781,7	794,4
16	H <sub>6</sub>	20	3	4	3	781,7	794,4
17	H <sub>6</sub>	21	3	4	3	781,7	794,4

## 5.0 - CONCLUSÕES

O artigo inicialmente modela detalhadamente o problema de CUH de usinas acopladas em cascata e aborda as três estratégias propostas para a solução do problema. Em sequência, uma análise comparativa dessas três estratégias é apresentada, relacionando, principalmente, os valores da função objetivo e os tempos computacionais obtidos. Os resultados mostraram que a RL/RP foi a estratégia que apresentou o melhor conjunto de resultados, principalmente por conta do baixo tempo computacional envolvido. No entanto, a qualidade da solução da estratégia de PNLIM mostra que os pacotes computacionais desta natureza estão ficando cada vez mais eficientes. Em relação à estratégia da PLIM, destaca-se que na alocação das unidades, na maioria das vezes, a mesma acompanhou a melhor alocação (com a menor vazão turbinada). No entanto, as variáveis contínuas não apresentaram soluções tão boas quanto às demais estratégias e o tempo computacional oscilou bastante.

## 6.0 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- (1) FINARDI, E. C.; SCUZZIATO, M. R. Hydro unit commitment and loading problem for day-ahead operation planning problem, *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, v. 44, n.1, 2013.
- (2) ONS. *Módulo 8: Programação Diária da Operação Eletroenergética*, Procedimentos de Rede, 2009.
- (3) TAKIGAWA, F. Y. K. *Desenvolvimento de um Modelo Computacional para o Problema da Programação Diária da Operação de Sistemas Hidrotérmicos*, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, 2010.
- (4) CATALAO, J. P. S.; POUSINHO, H. M. I.; MENDES, V. M. F. Mixed-integer nonlinear programming for head-dependent short-term hydro scheduling, *International Conference on Power Engineering*, March 2009, p.90. 2009.
- (5) CORDOVA, M. M.; FINARDI, E. C.; RIBAS, F. A. C.; PASE, C. D.; MATOS, V. L.; SCUZZIATO, M. R.; COUTO, F. A. B.; MARTINS, F. R. S. *Sistema de Gestão em Tempo Real para Avaliação da Performance e Otimização da Produção de Energia na Usina Hidrelétrica de Itá*. VII Congresso de Inovação Tecnológica em Energia Elétrica. Rio de Janeiro, Brasil, 2013.
- (6) MAHALIK, M. R.; VESELKA, T. D.; MAHAJAN, A. Application of a New Tool to Magazine Hydropower Day-Ahead Scheduling and Real-Time Operations, *Industrial Engineering and Operations Research*. California, USA, p.1-37. 2012.
- (7) LI, X.; LI, T.; WEI, J.; WEI, J.; WANG, G.; YEH, W. W. G. Hydro Unit Commitment via Mixed Integer Linear Programming: A Case Study of the Three Gorges Project, *IEEE Transactions on Power Systems*, v.29, n.3, 2014.
- (8) BERTSEKAS, D. P. *Nonlinear Programming*, Athena Scientific, 2nd Edition, Belmont, MA, 1999.
- (9) COHEN, G. Auxiliary Problem Principle and Decomposition of Optimization Problems, *Journal of Optimization Theory and Applications*, v. 32, n. 3, 1980.
- (10) HUNTING, M. *The AIMMS Outer Approximation Algorithm for MINPL*, AIMMS White Paper, November, 2011.

## 7.0 - DADOS BIOGRÁFICOS



Brunno Henrique Brito nasceu em Santa Terezinha/MT (1988). Graduiu-se em Sistemas Elétricos de Potência (2009) no Instituto Federal do Tocantins. Possui especialização em Docência do Ensino Superior (2010) pelo Instituto Tocantinense de Pós Graduação. Foi professor substituto no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins por 2 anos (2010-2012), onde também possui um cargo efetivo desde 2009 como técnico de laboratório. Desde 2013 está afastado para cursar um mestrado em Engenharia Elétrica na Universidade Federal de Santa Catarina, onde realiza pesquisas no Laboratório de Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica (Labplan).



Erlon Cristian Finardi nasceu em Lages/SC (1974). Graduiu-se em Engenharia Elétrica (1996) na Universidade Federal de Santa Catarina e obteve os títulos de mestre e doutor em engenharia nos anos de 1999 e 2002, respectivamente, na mesma universidade. Desde 2006 é professor adjunto do Departamento de Engenharia Elétrica da UFSC. Seus principais interesses são estudos de planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos, programação da manutenção preventiva, otimização estocástica, processamento de alto desempenho aplicado no planejamento e operação de sistemas de energia elétrica, métodos numéricos de otimização e programação computacional.





Fabrício Yutaka Kuwabata Takigawa nasceu em São Paulo/SP (1981). Possui graduação em Engenharia Elétrica pela Universidade Paulista Júlio de Mesquita Filho (2003), mestrado e doutorado em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Santa Catarina (2006 e 2010). Atualmente é professor do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina. Tem experiência na área de sistemas de energia elétrica, com ênfase em sistemas hidrotérmicos, planejamento da operação energética e otimização matemática aplicada.