



**XXIII SNPTEE
SEMINÁRIO NACIONAL
DE PRODUÇÃO E
TRANSMISSÃO DE
ENERGIA ELÉTRICA**

FI/GOP/26
18 a 21 de Outubro de 2015
Foz do Iguaçu - PR

GRUPO - IX

GRUPO DE ESTUDO DE OPERAÇÃO DE SISTEMAS ELÉTRICOS - GOP

**MODELAGEM AGREGADA DA FUNÇÃO DE PRODUÇÃO HIDROELÉTRICA NO PLANEJAMENTO DA
OPERAÇÃO DE SISTEMAS HIDROELÉTRICOS**

A. L. Diniz(*)^{1,2},

Ana .L. Sabóia¹

¹ CEPEL – Centro de Pesquisas de Energia Elétrica ² UERJ – Universidade do Estado do Rio de Janeiro

RESUMO

Apresenta-se um modelo agregado para a função de produção hidroelétrica, que condensa em uma única função a geração em um conjunto composto por reservatórios em paralelo e diversas usinas a fio d'água a jusante na cascata. Obtém-se uma expressão exata da geração desse conjunto de usinas a partir dos armazenamentos e defluências dos reservatórios de montante e realiza-se uma aproximação linear por partes dessa função. Essa estratégia permite reduzir a complexidade do problema de médio/longo prazos, ao mesmo tempo em que se representam aspectos importantes da operação individualizada das usinas, sendo uma alternativa ao uso de reservatórios equivalentes de energia.

PALAVRAS-CHAVE

Função de produção hidroelétrica, planejamento hidrotérmico, modelo linear por partes, programação linear.

1.0 - INTRODUÇÃO

O planejamento de médio prazo da geração hidrotérmica consiste em determinar uma política de operação para as usinas hidroelétricas e termoelétricas do sistema, ao longo de um horizonte de vários anos, de forma a minimizar determinada função objetivo, que pode incorporar tanto aspectos associados ao custo de operação como critérios de segurança operativa (1). Nos países com predominância hidroelétrica, tem-se utilizado já há bastante tempo uma cadeia de modelos para a coordenação hidrotérmica (2), (3), cuja integração em geral é feita através do estabelecimento de valores da água. O foco dos modelos de mais longo prazo nessa cadeia é a modelagem das incertezas, em especial as vazões afluentes aos reservatórios (4), (5), enquanto os componentes do sistema são representados de forma mais simplificada. Assim, tem sido comum a utilização de uma modelagem equivalente para os reservatórios (6), (7) e a consideração da transmissão apenas por meio dos grandes troncos de transmissão. À medida que se caminha para um horizonte de apenas alguns meses com discretização semanal, passa a ser importante modelar as usinas hidroelétricas de forma individualizada (8), podendo-se adotar uma abordagem híbrida, onde parte do sistema é composto de usinas individualizadas e parte por reservatórios equivalentes (9). Finalmente, para o problema de programação diária da operação, é importante representar com detalhe a rede elétrica (10) e a operação das unidades geradoras termoelétricas (11) e hidroelétricas (16).

Um aspecto de fundamental importância nos modelos de coordenação hidrotérmica é a modelagem da geração das usinas hidroelétricas, que em geral é uma função não-linear do seu estado (volume armazenado em seu reservatório) e de seu ponto de operação (vazões turbinada e vertida). Na modelagem equivalente das usinas hidroelétricas, a produtividade variável com a queda pode ser representada, por exemplo, por meio de parábolas que ajustam algumas grandezas associadas ao reservatório equivalente, como a energia afluente e a geração máxima (7). Pode-se também utilizar uma função não linear que relaciona a geração do reservatório equivalente com o seu deplecionamento (6). Embora tais funções consigam considerar de alguma forma a variação da

(*)Avenida Horácio Macedo, 354 - Cidade Universitária – RJ - CEP 21941-911 Rio de Janeiro, RJ – Brasil
Tel: (+55 21) 2598-6245 – Fax: (+55 21) 2598-6482 – Email: diniz@cepel.br

produtividade com o nível de armazenamento nos reservatórios, perde-se certa acurácia na modelagem do parque hidráulico, pelo fato de se representar a operação das usinas hidroelétricas por meio de balanços de energia, e não por meio de uma operação individualizada, onde os balanços hídricos são formulados de forma direta.

Na modelagem individualizada das usinas hidroelétricas, a operação do parque hidráulico é definida pelas usinas com reservatório, já que as usinas a fio d'água irão naturalmente defluir (preferencialmente, por turbinamento) as aflúências naturais incrementais ou provenientes das usinas de montante. Com base nessa constatação, este artigo propõe uma modelagem intermediária para a representação do parque hidroelétrico, onde usinas com reservatório são agrupadas com sequências de usinas a fio d'água a jusante nas cachoeiras, compondo o que denominamos de usinas "agregadas". Esse tipo de modelagem não impede que se represente no problema de coordenação hidrotérmica os aspectos principais da operação individualizada de todas as usinas do sistema, como o balanço hídrico, aflúências naturais, evaporação, a função de produção hidroelétrica e eventuais restrições de defluência / aflúência mínima para as usinas hidroelétricas, sem premissas de operação pré-estabelecidas. O foco desse artigo é a modelagem da geração de tais usinas agregadas, denominada neste artigo de função de produção hidroelétrica aproximada múltipla (FPHM).

Ressalta-se que tal abordagem é particularmente interessante para modelos de mais longo prazo, visto que nestes modelos consideram-se usualmente como reservatórios apenas usinas com regularização mensal, o que faz com que existam diversas usinas com modelagem a fio d'água na topologia. Além disso, alguns aspectos que não podem ser representados com essa modelagem agregada já não são considerados em geral nos modelos de planejamento a médio/longo prazo, como por exemplo o *unit commitment* das usinas hidroelétricas, tempos de viagem da água, restrições de rampa de geração e restrições elétricas internas aos subsistemas.

2.0 - FUNÇÃO DE PRODUÇÃO HIDROELÉTRICA INDIVIDUAL (FPH)

A geração de uma unidade geradora hidroelétrica (gh) pode ser descrita, de forma simplificada pela seguinte expressão:

$$gh = k \cdot \eta \cdot q \cdot [h_{mon}(V) - h_{jus}(Q + S)], \quad [1]$$

onde: k é uma constante que leva em consideração a densidade da água, a aceleração da gravidade; η é o rendimento combinado da turbina e do gerador; q é a vazão turbinada da unidade geradora; h_{mon} é a cota de montante do reservatório, que depende do volume armazenado V ; h_{jus} é a cota de jusante do reservatório, que depende da vazão turbinada Q e, em muitas usinas, também da vazão vertida S . A geração GH das usinas hidroelétricas como um todo pode ser dada pela soma das gerações de todas as suas nh unidades:

$$GH = \sum_{i=1}^{nh} gh_i(q_i, V, Q, S) \quad [2]$$

Em modelos de mais longo prazo, é razoável assumir-se um valor único para o rendimento médio combinado turbina-gerador para as unidades geradoras da usina, assim como um valor médio de perdas na tomada de água e ao longo dos condutos, que podem ser embutidos na constante k . Com isso, pode-se obter a chamada função de produção hidroelétrica (FPH), que passa a ser função somente de variáveis da usina como um todo. A Figura 1 ilustra uma função de produção de uma usina hidroelétrica, que pode ser expressa de forma abstrata como em [3]:

$$GH = FPH(V, Q, S). \quad [3]$$

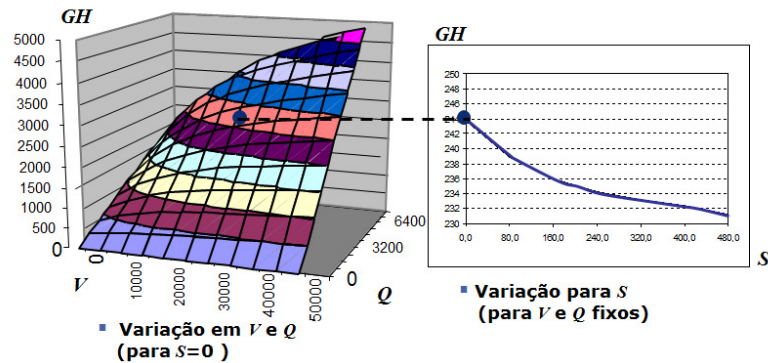


FIGURA 1 – Exemplo de Função de produção hidroelétrica (FPH) de uma usina hidroelétrica

Em (12) apresenta-se uma revisão bibliográfica de diversos modelos propostos na literatura para modelar a FPH, os quais podem envolver programação quadrática (13), programação não linear (14) ou programação inteira-mista (15), entre outros. Ressalta-se que uma modelagem mais acurada da geração das unidades geradoras, considerando-se as particularidades da turbina, gerador e dos condutos, é mais adequada para problemas de *unit commitment*, como em (16) e (17), onde a discretização em geral é diária e é importante modelar a operação individual das unidades geradoras hidroelétricas.

3.0 - FUNÇÃO DE PRODUÇÃO HIDROELÉTRICA MÚLTIPLA (FPHM)

Como mencionado anteriormente, este artigo propõe representar a geração hidroelétrica por meio de uma função de produção hidroelétrica múltipla (FPHM), que engloba a geração de todas as usinas hidroelétricas que pertencem a uma mesma usina agregada, definida como segue.

3.1 Identificação das usinas agregadas

Uma usina agregada é composta por uma ou mais usinas de regularização em paralelo, seguida por um conjunto comum de usinas a fio d'água a jusante, dispostas em cascata. A partir da topologia das usinas hidroelétricas, as usinas agregadas são identificadas “quebrando-se” a cascata sempre que se atingir um reservatório de regularização, obtendo-se uma topologia de usinas agregadas, como mostra a Figura 2.

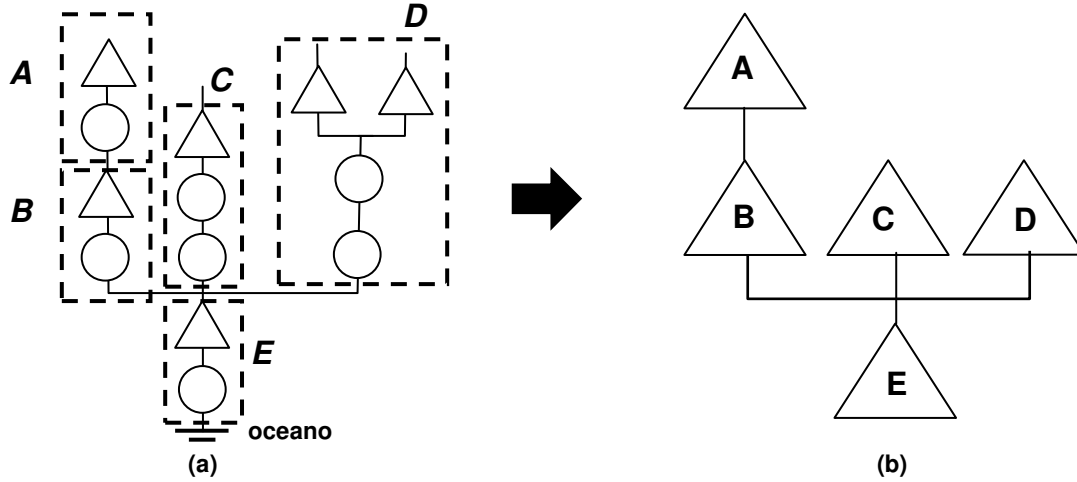


FIGURA 2 – Topologia de usinas agregadas (b), construída com base na topologia de usinas individualizadas (a).

3.2 Geração da usina agregada

Considere uma usina agregada como a mostrada na figura 3(a), onde há apenas um reservatório de montante. De forma geral, ela é composta por $(1+J)$ usinas individualizadas, sendo a primeira o reservatório e as J restantes usinas a fio d'água. Sejam I_j e R_j , respectivamente, a afluência incremental e retirada de água (para irrigação, evaporação¹, por exemplo) em cada usina a fio d'água j , os quais são dados de entrada para o problema de otimização. Uma vez decidida a defluência D_1 da usina de montante, seu turbinamento e vertimentos podem ser dados por:

$$Q_1 = \min \{D_1, \overline{Q}_1\} \quad \text{e} \quad S_1 = D_1 - Q_1. \quad [4]$$

Considerando a hipótese bastante razoável de que a usina a fio d'água também só irá verter ao atingir seu turbinamento máximo \overline{Q}_j , a geração em cada usina a fio d'água j será dada por:

$$GH_j = FPH_j(V_j, Q_j, S_j), \quad [5]$$

$$\text{onde: } \begin{cases} Q_j(D_1) = \min\{\overline{Q}_j, (D_1 + \sum_{i=2}^j I_i - \sum_{i=2}^j R_i)\} \\ S_j(D_1) = (D_1 + \sum_{i=2}^j I_i - \sum_{i=2}^j R_i) - Q_j(D_1), \end{cases}$$

onde o valor V_j é constante e o termo entre parêntesis na expressão acima corresponde à afluência total a cada usina. Somando-se a geração de todas as usinas a fio d'água, pode ser obter a expressão da geração da usina agregada GH_M como uma função da defluência D_1 e do armazenamento V_1 , e que equivale à soma da geração do reservatório com as de todas as usinas a fio d'água [6]:

$$GH_M = FPHM(V_1, D_1) = FPH_1(V_1, Q_1(D_1), S_1(D_1)) + \sum_{j=1}^J FPH_{1+j}(Q_{1+j}(D_1), S_{1+j}(D_1)) \quad [6]$$

¹ A evaporação é constante para usinas a fio d'água, pois o volume não varia, assim como o espelho d'água do reservatório.

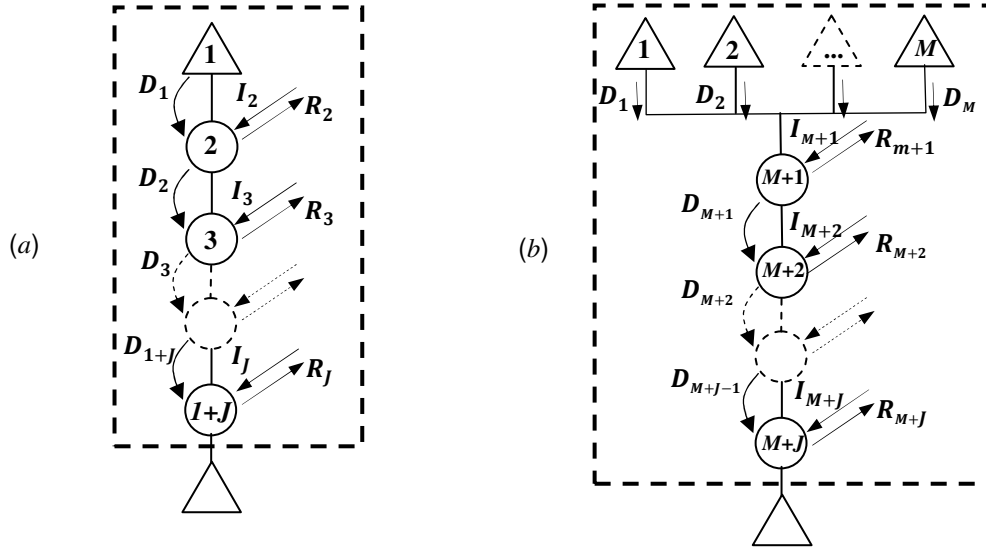


FIGURA 3 – Detalhamento das variáveis utilizadas no cálculo da geração da usina agregada: caso particular com somente 1 usina à montante (a) e caso genérico com várias usinas a montante (b).

Utilizando raciocínio semelhante, pode-se obter a fórmula da geração para o caso mais geral, onde haja M reservatórios à montante e J usinas a fio d'água em cascata à jusante:

$$GHM = FPHM((V_1, D_1), (V_2, D_2), \dots, (V_M, D_M)) = \sum_{m=1}^M FPH_m(V_m, D_m) + \sum_{j=1}^J FPH_{M+j}(Q_{M+j}(D_1, \dots, D_M), S_{M+j}(D_1, \dots, D_M)) \quad [7]$$

, onde:

$$\begin{cases} Q_{M+j}(D_1, \dots, D_M) = \min\{\overline{Q}_{M+j}, \sum_{i=1}^M D_m + \sum_{j=1}^J (I_{M+j} - R_{M+j})\} \\ S_{M+j}(D_1, \dots, D_M) = \sum_{m=1}^m D_m + \sum_{j=1}^J [(I_{M+j} - R_{M+j}) - Q_{M+j}(D_1, \dots, D_m)] \end{cases} \quad [8]$$

A geração da usina agregada é, portanto, função apenas do estado (volume armazenado) e operação (defluência) das usinas de montante. Algumas observações são importantes:

- a expressão para a geração agregada [7] não é uma aproximação, e não pressupõe nenhuma regra operativa para as usinas, apenas a hipótese natural de que o vertimento em cada usina a fio d'água somente ocorre após se atingir o turbinamento máximo;
- a geração da usina agregada depende de alguns dados de entrada e, em particular, da afluência incremental natural às usinas a fio d'água. Portanto, em um problema estocástico, a expressão para a FPHM será variável de acordo com o cenário.

4.0 - FUNÇÃO DE PRODUÇÃO HIDROELÉTRICA MÚLTIPLA APROXIMADA (FPHMA)

A proposta desse trabalho é realizar uma aproximação da FPHM descrita em [7] por um modelo linear por partes, através de uma mescla das metodologias propostas em (12) e (18), da seguinte forma:

- representação da soma das geração de todas as usinas que compõem a usina agregada apenas em função das variáveis operativas das usinas de montante, seguindo os procedimentos descritos em (12);
- para cada usina de montante, representa-se o turbinamento e vertimento por apenas uma variável, denominada vazão defluente, como em (18). Isto foi adotado por duas razões: (i) o efeito da vazão turbinada e vertida das usinas de montante é rigorosamente o mesmo para as usinas a fio d'água em jusante; (ii) a representação do vertimento causa um grande aumento na dimensão da função quando há vários reservatórios em paralelo à montante (vide Figura 3(b)).

Resume-se a seguir os passos para construção dessa função:

Passo 1. Cálculo da função exata em uma grade de discretização. Selecionar uma grade de discretização $(V_1, D_1) \times \dots \times (V_M, D_M)$. Para cada ponto p , calcular a geração da usina agregada $GHM^{(p)}$ pela expressão:

$$GHM^{(p)} = \sum_{m=1}^M FPH_m(V_m^{(p)}, Q_m^{(p)}, S_m^{(p)}) + \sum_{j=1}^J FPH_{M+j}(Q_{M+j}^{(p)}, S_{M+j}^{(p)}),$$

onde $(Q_m^{(p)}, S_m^{(p)})$, são determinados conforme [4] para $M = 1$ e conforme [8] para $M > 1$.

Passo 2. Cálculo da envoltória convexa. Como a função de produção hidroelétrica individual em geral apresenta trechos não convexos, o mesmo pode se esperar para a função agregada. Desta forma, aplica-se uma extensão, para o \mathcal{R}^{2M+1} , do algoritmo proposto em (12) para obter os hiperplanos que definem a envoltória convexa da função. Em situações onde este algoritmo se torne muito custoso computacionalmente (para $R > 2$, por exemplo), pode-se recorrer a decomposições alternativas para a definição das usinas agregadas. A Figura 4 exemplifica o caso onde $M = 3$, para o qual a quantidade de variáveis na função agregada é 6, 5, 4 ou 3, nas decomposições (a), (b), (c) ou (d), respectivamente. Nestas variantes, as variáveis da FPHM incluem as defluências de todos os reservatórios de montante, porém apenas os armazenamentos dos reservatórios da usina agregada (incluídos na região pontilhada). Os demais reservatórios possuem uma FPHA individual, como em (12).

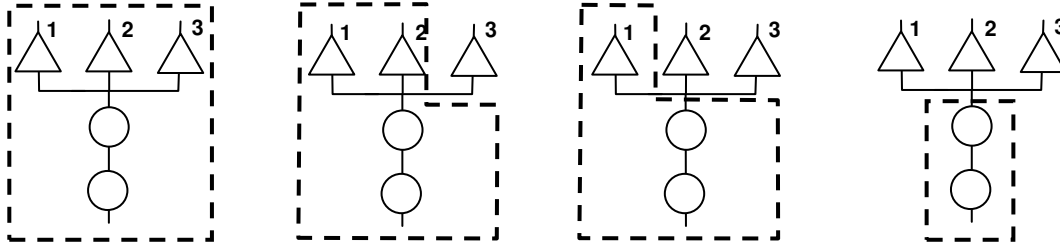


FIGURA 4 – Formas alternativas de definir as usinas agregadas, a fim de diminuir o custo computacional no cálculo da envoltória convexa da função.

Passo 3. Aplicação de um fator de ajuste. Como a envoltória convexa é uma estimativa otimista ou pessimista da função, conforme se esteja em uma região côncava ou convexa da função, respectivamente, aplica-se um fator de ajuste para minimizar o erro médio quadrático entre a FPHM e a FPHMA.

Após os passos 1 a 3 Descritos acima, a formulação matemática da FPHMA é dada por:

$$GHM_i^{t,s} \leq \gamma_0^{t,s} + \sum_{m=1}^M (\gamma_V^{t,s} V_m + \gamma_D^{t,s} D_m) ; \quad 0 \leq GHM_i^{t,s} \leq \sum_{i=1}^{M+J} \overline{GH}_i, \quad i = 1, \dots, NHA, \quad k = 1, \dots, K_i^{t,s}, \quad t = 1, \dots, T, \quad s = 1, \dots, \Omega_t \quad [9]$$

onde γ_0 , é o termo independente e γ_V e γ_D os termos associados ao armazenamento e defluência, respectivamente, de cada usina de montante, para a k -ésima restrição da i -ésima usina agregada. Observe que, devido ao impacto das afluências às usinas a fio d'água na geração da usina agregada, os termos da função variam com o período t e o cenário s , sendo $K_i^{t,s}$ o número de cortes para cada período e cenário, para cada uma das NHA usinas agregadas que compõem o sistema.

5.0 - FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE COORDENAÇÃO HIDROTÉRMICA COM USINAS AGREGADAS

O uso de uma função agregada não impede que se resolva o problema de planejamento de médio / longo prazo considerando as características da operação individualizada, conforme descrito a seguir:

5.1 Equações de balanço hídrico

Essas restrições já foram automaticamente consideradas para as usinas a fio d'água quando da construção do modelo para a função de produção múltipla FPHMA. Quanto às usinas com reservatório, duas modificações são necessárias em relação ao modelo tradicional, conforme descrito a seguir e expresso em [10]:

- na parcela de afluência oriunda da operação à montante na cascata, ao invés das defluências das usinas individualizadas imediatamente à montante, devem ser consideradas as defluências D_j^t do conjunto MA_i de usinas agregadas imediatamente à montante de cada reservatório i , que são variáveis de decisão;
- deve-se incluir como vazão afluente adicional a cada reservatório a soma dos valores (conhecidos) de vazões naturais incrementais, retiradas de água e evaporação para todas as usinas a fio d'água a montante, até o primeiro reservatório antecessor na cascata, que são representadas pelo conjunto MF_i :

$$V_i^t = V_i^{t-1} + I_i^t - \sum_{j \in MA_i} (D_j^t) + \sum_{j \in MF_i} (I_j^t - R_j^t - Q_{evap}^t) + \quad [10]$$

5.2 Restrições envolvendo geração

Em restrições que envolvem soma de gerações (por exemplo, atendimento à demanda), o conjunto de gerações individuais é substituído pela variável referente à geração da usina agregada. Para isso, todas as usinas devem pertencer ao mesmo conjunto para o qual a restrição se aplica (ex: mesmo subsistema), o que em geral já ocorre nos modelos de médio e longo prazo.

$$\sum_{\substack{i=1 \\ i \in S_j}}^{NHA} GH_j^t + \sum_{\substack{i=1 \\ i \in S_j}}^{NT} GT_j^t = D_j^t \quad [11]$$

Restrições que envolvem limites individuais de geração (ex: restrições RE do modelo DECOMP (19)) são tratados como pré-processamento ao modelo.

- Limite superior: calcula-se a defluência da usina referente a esse limite de geração. A partir desse valor de defluência, considera-se que há vertimento nessa usina a fio d'água, quando da construção da FPHM;
- Limite inferior: calcula-se a defluência mínima da usina referente a esse limite de geração. Em seguida, descontam-se (acrescem-se) as afluições naturais (retiradas) das usinas a fio d'água a montante da usina em questão, a fim de obter a defluência mínima nos reservatórios que resultaria nessa geração mínima. Insere-se então, no PL, uma restrição para a soma das defluências nos M reservatórios de montante da usina agregada;

5.3 Restrições envolvendo vazões

Consistem, em geral, de limites mínimo/máximo de afluição ou defluência à usina a fio d'água (por exemplo, restrições RHQ e RHA no modelo DECOMP (19)). As restrições em cada usina podem ser transformadas em restrições de limite mínimo / máximo para os reservatórios da usina agregada, fazendo-se os mesmos cálculos mencionados no tratamento do limite inferior de geração.

5.4 Restrições envolvendo volume

Estas restrições são incluídas normalmente no problema, já que todas as usinas com reservatório possuem restrições de balanço hídrico e as variáveis correspondentes ao volume armazenado.

5.5 Outras restrições

Há uma série de restrições que não poderia ser tratadas ao modelar as usinas hidroelétricas por usinas agregadas, como o *unit commitment* das usinas a fio d'água, tempos de viagem da água na cascata, restrições de rampa de geração e restrições elétricas internas aos subsistemas. Entretanto, tais restrições são típicas do problema de mais curto prazo (com intervalos horários e horizonte de até uma semana) e não são consideradas nos modelos de médio / longo prazo da operação (2)

5.6 Pós-processamento para obtenção das gerações individuais

A solução do problema de otimização (PL) será a geração GHA_i^t de cada usina agregada i , ou seja, a soma das gerações do conjunto de usinas que pertencem à usina agregada. O cálculo da parcela de geração GH_j^t a ser atribuída a cada usina individualizada j é feito utilizando-se como referência a parcela FPH_j^t da geração dessa usina na geração exata $FPHM_i^t$ que seria obtida para a usina agregada, a partir dos valores de volume e defluência $(V_1^t, D_1^t), \dots, V_M^t, D_M^t)$ para cada reservatório da usina agregada, obtidos como resultado do PL.

$$GH_j^t = \left(\frac{FPH_j^t((V_1^t, D_1^t), \dots, V_M^t, D_M^t))}{FPHM_i^t((V_1^t, D_1^t), \dots, V_M^t, D_M^t))} \right) GHA_i^t \quad [12]$$

6.0 - RESULTADOS NUMÉRICOS

Inicialmente, ilustra-se a metodologia proposta para um conjunto de 4 usinas, sendo um reservatório de montante (Mascarenhas de Moraes) e três usinas fio d'água a jusante (Estreito, Jaguará e Igarapava), como mostra o diagrama no alto à direita da Figura 4. Utilizaram-se os dados oficiais das usinas na programação da operação realizada pelo ONS.

6.1 Construção da FPHMA

O gráfico à esquerda da Figura 5 mostra a curva exata da função de produção hidroelétrica múltipla (FPHM) e do lado direito, abaixo, uma análise de sensibilidade do valor da FPHM ao se variar apenas a afluição incremental de cada usina, para um valor fixo de volume e defluência para o reservatório de montante. Os pontos de não

diferenciabilidade da função, indicados no gráfico, correspondem aos instantes em que cada uma das usinas de jusante atinge o seu turbinamento máximo, quando há uma variação brusca na produtividade da usina agregada.

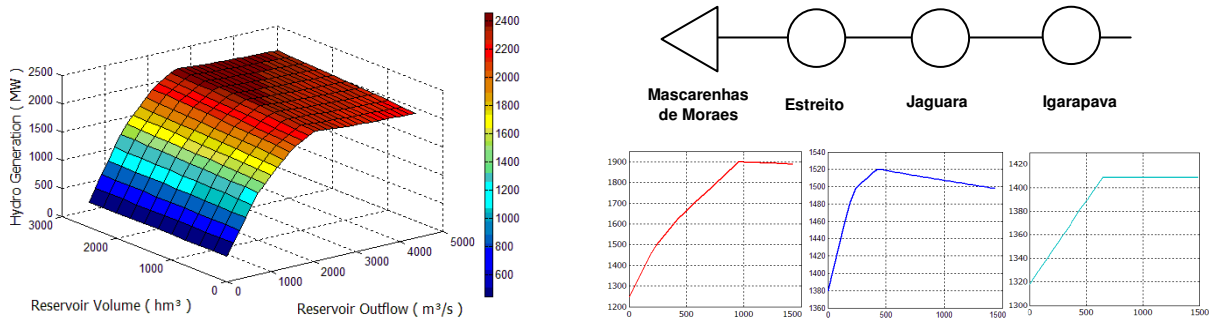


FIGURA 5 – Função de produção múltipla (FPHM) do conjunto-exemplo de usinas, e análise de sensibilidade em relação à variação na vazão incremental de cada uma delas.

6.2 Análise dos desvios da FPHMA

A Tabela 1 mostra uma estatística dos desvios médios entre a FPHM e a FPHMA para a usina agregada considerada na Figura 5, em uma grade de valores para o armazenamento (VARM), em % do volume útil, e da defluência da usina de montante. Mostra-se ainda o desvio médio e máximo considerando uma fina grade de pontos nesses dois eixos. O modelo FPHMA da função foi construído considerando uma faixa de variação de +/- 50% no eixo do armazenamento, centrado no ponto VARM = 50%. A grade de discretização foi de 10 pontos para o armazenamento e o turbinamento. Os pontos com desvio nulo ocorrem quando a usina agregada atinge a sua geração máxima e todas as usinas passam a verter. Nesta situação, os desvios tendem a serem maiores devido ao comportamento não côncavo da função no eixo do vertimento, como mostrado na Figura 1.

Tabela 1 – Desvios entre a FPHM e a FPHMA, para uma grade de pontos, e estatísticas gerais da aproximação

VARM	Defluência (m³/s) - % Qmax					
	25%	50%	75%	100%	150%	200%
0%	-0.30	0.07	0.07	0.07	0.07	0.07
25%	0.22	0.12	0.11	0.11	0.18	0.16
50%	0.64	0.05	-0.04	0.15	0.25	0.56
75%	0.64	0.05	-0.04	0.19	0.27	0.76
100%	0.64	0.05	-0.04	0.25	0.44	1.03
Desvio médio:			0.89 MW			
Desvio máximo			5.73 MW, para o ponto VARM = 0%, Qdef = 10%.			

Os resultados indicam, em geral, uma boa acurácia da modelagem agregada proposta para a função de produção, embora seja necessária ainda uma análise mais rigorosa para uma quantidade grande de configurações, com características distintas. Ressalta-se que, para o planejamento de médio/longo prazos, a função deve ser bem acurada em todo o espectro de armazenamento, e não apenas em torno do volume no início do estudo, pois ao longo de vários anos a usina pode excursionar em diversos pontos de sua faixa operativa.

6.3 Implementação preliminar no problema de coordenação hidrotérmica

Em seguida, são apresentados estudos de caso de aplicação do modelo agregado para um problema simplificado de despacho hidrotérmico, composto de 12 meses e com apenas as 4 usinas mostradas na Figura 5. Considerou-se um cenário determinístico, pois o objetivo era de simplesmente avaliar a acurácia da modelagem à medida que o reservatório excursionasse por diversos valores de volume armazenado e as usinas estivessem sujeitas a diferentes níveis de valores para a afluência natural.

Foram executados dois casos: um com a modelagem individualizada das usinas (FPHA) e outra com a modelagem proposta neste artigo (FPHMA). A Tabela 2 mostra os desvios verificados em ambas as modelagens em relação à função exata, para a soma total da geração da usina agregada.

Tabela 2 – Desvios entre a FPHM e a FPHMA, para uma grade de pontos, e estatísticas gerais da aproximação

mês	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
FPHA	1.52%	1.25%	1.82%	1.48%	1.42%	1.68%	1.44%	1.52%	1.59%	1.12%	1.09%	0.22%
FPHAG	0.00%	-0.09%	-0.97%	-0.03%	0.07%	0.03%	0.01%	0.06%	-1.20%	-0.29%	-0.04%	-0.30%

Verificou-se uma acurácia bem maior para a FPHMA, o que a princípio não era esperado. Este resultado favorece ainda mais a proposta deste trabalho, porém está sendo estudado com mais detalhes. A princípio acredita-se que, ao somar as gerações de todas as usinas, o comportamento fortemente côncavo da função para as usinas a fio

d'água tende a atenuar os trechos não côncavos da função individual da usina com reservatório, favorecendo uma melhor aderência da envoltória convexa para a função agregada.

O tempo de CPU foi de 0.14s para a modelagem individual e de 0.05s para a modelagem agregada, o que faz com que a abordagem proposta seja promissora em termos de ganho computacional para sistemas de grande porte. Entretanto, ressalta-se que estudos mais detalhados são necessários antes de se ter conclusões mais sólidas quanto às vantagens da modelagem proposta neste trabalho em relação ao modelo individual.

7.0 - CONCLUSÕES

Este artigo teve por objetivo propor uma abordagem agregada para a função de produção de usinas hidroelétricas, onde é possível representar em um único modelo linear por partes a geração de um conjunto de usinas composto por reservatórios em paralelo seguidos por uma cascata de usinas a fio d'água. A principal vantagem dessa estratégia é a redução das variáveis e restrições do problema de coordenação hidrotérmica individualizado, ao mesmo tempo em que se mantém a representação das restrições operativas das usinas individualizadas, sem a imposição de regras operativas pré-estabelecidas. Os resultados ilustram a aplicação do modelo proposto para um conjunto reduzido de usinas e mostram uma boa acurácia do modelo linear por partes, em relação à função exata para a geração agregada. Resultados preliminares para um problema de despacho hidrotérmico mostram que se obtêm desvios ainda menores do que o modelo individual, em um tempo computacional menor. Entretanto, são necessários estudos mais detalhados e extensivos para diferentes configurações e problemas de maior porte, antes de chegarmos a conclusões mais sólidas sobre as vantagens do modelo agregado em relação ao individual. De qualquer forma, esta estratégia possui grande potencial de aplicação no planejamento hidrotérmico a médio/longo prazos, de forma complementar ou alternativa ao uso de reservatórios equivalentes de energia.

8.0 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- (1) M.E.P. Maceira, V.S. Duarte, D.D.J. Penna, L.A.M. Moraes, A.C.G. Melo, "Ten years of application of stochastic dual dynamic Programming in official and agent studies in Brazil – Description of the NEWAVE program", 16th Power Systems Computation Conference - PSCC, Glasgow, SCO, 2008.
- (2) M.E.P. Maceira, L.A. Terry, F.S. Costa, J. M. Damazio, A.C. G. Melo, "Chain of optimization models for setting the energy dispatch and spot price in the Brazilian system", *Proceedings of the Power System Computation Conference - PSCC'02*, Sevilla, Spain, June 2002.
- (3) O. B. Fosso, A. Gjelsvik, A. Haugstad, B. Mo, I. Wangensteen, "Generation scheduling in a deregulated system. The norwegian case", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n. 1, pp. 75-81, Feb. 1999.
- (4) D. D. J. Penna, M. E. P. Maceira, J.M. Damázio, "Selective sampling applied to long-term hydrothermal generation planning", *17th PSCC - Power Syst. Comp. Conf.*, Stockholm, Sweden, Aug. 2011.
- (5) A. Helseth, B. Mo, G. Warland, "Long-term scheduling of hydro-thermal power systems using scenario fans", *Energy Systems*, v.1, n.4, pp. 377-391, Dec. 2010.
- (6) N. V. Arvantidis, J. Rosing, "Composite representation of multireservoir hydroelectric power system", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 89, n. 2, pp. 319-326, Feb. 1970.
- (7) M.E.P. Maceira, V. S. Duarte, D.D.J. Penna, M.P. Tcheou, "An approach to consider hydraulic coupled systems in the construction of equivalent reservoir model in hydrothermal operation planning", 17th Power Systems Computation Conference – PSCC, Stockholm, Sweden, 2011.
- (8) R. J. Pinto, A.L.G.P. Sabóia, R.N. Cabral, F.S. Costa, A.L.Diniz e M. E. P. Maceira, "Metodologia para aplicação de processamento paralelo no planejamento de curto-prazo (modelo DECOMP)", XX SNPTTE-Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Recife, Novembro 2009.
- (9) A. L. M. Marcato, "Representação híbrida de sistemas equivalentes e individualizados para o planejamento da operação de médio prazo de sistemas de potência de grande porte", Tese Doutorado, PUC/RJ, Maio/2002.
- (10) T. N. Santos, A. L. Diniz, "A Dynamic Piecewise Linear Model for DC Transmission Losses in Optimal Scheduling Problems", *IEEE Transactions on Power Systems*, v.26, n.2, pp. 508-519, May 2011.
- (11) A. L. Diniz, C. A. Sagastizábal, M. E. P. Maceira, A. Belloni, "Bundle relaxation and primal recovery in unit commitment problems. The Brazilian case", IV Workshop on Continuous Optimization, 2002.
- (12) A.L. Diniz, M.E.P. Maceira, "A four-dimensional model of hydro generation for the short-term hydrothermal dispatch problem considering head and spillage effects", *IEEE Trans. Power Syst.*, v. 23, n.3, pp. 1298-1308, 2008.
- (13) N. Sinha, R. Chakrabarti, P. K. Chattopadhyay, "Fast evolutionary programming techniques for short-term hydrothermal scheduling", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 18, n. 1, pp. 214-220, Feb. 2003.
- (14) J.P.S. Catalão, S.J.P.S. Mariano, V.M. Mendes, L.A.F.M. Ferreira, "Scheduling of head-sensitive cascaded hydro systems: A nonlinear approach", *IEEE Transactions on Power Systems*, v.24, n.1, pp. 337-346, 2009.
- (15) A. Borghetti, A. Frangioni, F. Lacalandra, C. A. Nucci, "Lagrangian heuristics based on disaggregated bundle methods for hydrothermal unit commitment", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 18, n. 1, pp. 313-323, 2003.
- (16) E. C. Finardi, E. L. da Silva, "Solving the hydro unit commitment problem via dual decomposition and sequential quadratic programming", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 21, n. 2, pp. 0835-0844, May 2006.
- (17) S. Soares and C. T. Salmazo, "Minimum loss predispatch model for hydroelectric power systems," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 12, no. 3, pp. 1220-1228, Aug. 1997.
- (18) S.H.F. Cunha, S. Prado, J.P. Costa, "Modelagem da produtividade variável de usinas hidrelétricas com base na construção de uma função de produção energética", XII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, ABRH, anais 2, 391-397, 1997.
- (19) CEPEL, "Manual de Referência do Modelo DECOMP, versão 21". 2014.

9.0 - DADOS BIOGRÁFICOS

André Luiz Diniz possui graduação em Engenharia Civil (1997), mestrado em Engenharia de Transportes (2000) e doutorado em Otimização em Engenharia de Sistemas (2007), todos pela UFRJ / COPPE. Em 2014 realizou um pós-doutorado no Weierstrass Institute for Applied Analysis and Stochastics . É pesquisador no CEPEL - Centro de Pesquisas de Energia Elétrica, do grupo ELETROBRÁS, e professor adjunto da UERJ - Universidade do Estado do Rio de Janeiro, no departamento de Estatística. Tem grande experiência na área de programação matemática e otimização, especialmente aplicada em problemas de planejamento e operação de Sistemas de Energia Elétrica

Ana Lucia de Sabóia: nasceu em Recife em 1973, possui graduação em Engenharia Civil (1995) na UFPE, mestrado em Engenharia de Transportes (1999) e doutorado em Otimização em Engenharia de Sistemas (2005), ambos pela UFRJ / COPPE. É pesquisadora no CEPEL - Centro de Pesquisas de Energia Elétrica, do grupo ELETROBRÁS. Atua na área de planejamento e operação de Sistemas de Energia Elétrica.