



**XXIII SNPTTE
SEMINÁRIO NACIONAL
DE PRODUÇÃO E
TRANSMISSÃO DE
ENERGIA ELÉTRICA**

FI/GOP/31
18 a 21 de Outubro de 2015
Foz do Iguaçu - PR

GRUPO -IX

GRUPO DE ESTUDO DE OPERAÇÃO DE SISTEMAS ELÉTRICOS - GOP

MODELOS LINEARES POR PARTE DINÂMICOS DEPENDENTES DO ESTADO PARA O PROBLEMA NÃO LINEAR DE COORDENAÇÃO HIDROTÉRMICA

Renato. N. Cabral(*)¹,

André L. Diniz^{1,2}

¹ CEPEL – Centro de Pesquisas de Energia Elétrica ² UERJ – Universidade do Estado do Rio de Janeiro

RESUMO

Propõem-se os chamados “modelos lineares por parte dinâmicos dependentes do estado” para um problema não linear de programação estocástica resolvido por PDDE. Aproximam-se expressões não lineares por modelos lineares por partes de forma iterativa, durante a resolução do problema, utilizando-se diferentes aproximações de acordo com o estado inicial do sistema e cenário associado a cada subproblema. Consegue-se um desempenho igual ou superior aos modelos desenvolvidos anteriormente pelos autores, em menor tempo computacional e com menos requisitos de memória. A metodologia é aplicada para modelar custos não lineares de geração térmica no problema de planejamento hidrotérmico a médio prazo.

PALAVRAS-CHAVE

Programação estocástica, programação não linear, planejamento de sistemas hidrotérmicos, modelos lineares por parte.

1.0 - INTRODUÇÃO

O problema de planejamento da geração hidrotérmica é bastante complexo, por apresentar algumas características como: (i) estocasticidade, devido à incerteza em alguns dados, principalmente a afluência às usinas hidroelétricas; (ii) não linear, principalmente pela variação da geração hidroelétrica com a altura de queda e custos incrementais crescentes de geração térmica; (iii) multi-estágio, pois decisões devem ser tomadas em diferentes instantes de tempo; (iv) grande porte, devido ao elevado número de usinas em alguns sistemas como o brasileiro e o horizonte extenso de análise, necessário devido à regularização pluri-anual dos reservatórios. Como resultado, é comum dividi-lo em um subproblema para cada horizonte de análise (longo, médio e curto prazos) (1), (2). Devido ao grande tamanho da árvore de cenários para o problema de médio e longo prazos, estratégias baseadas em decomposição de Benders multi-estágio (também chamada de programação dinâmica dual - PDD) têm sido aplicadas, percorrendo-se a árvore completa (3) ou por amostragem, como a programação dinâmica dual estocástica (PDDE) (4), que tem recebido bastante atenção na literatura recente (5)-(8).

A aplicação de PDD ou PDDE requer convexidade na função objetivo e restrições do problema de otimização, o que exige um tratamento das não linearidades do problema, como a função de produção hidroelétrica e os custos de geração termoelétrica. Embora existam alguns métodos na literatura que permitem abordar de forma mais direta as não linearidades, como o *progressive hedging* (9) e a programação quadrática sequencial (10), tais métodos não atingiram o grau de maturidade da programação linear estocástica e, em particular, da PDD/PDDE. Entretanto, para continuar utilizando a PDDE é necessário tratar as não linearidades, e uma forma que tem sido adotada é aproximar as expressões originais por modelos lineares ou lineares por partes, com variáveis contínuas. No segundo caso, o procedimento usual é o de construir um modelo antes de se resolver o problema, resultando no que temos chamado de modelo linear por partes estático (LPPE).

(*) Endereço Ator Responsável, n° 000 – sala X 00 - Bloco X – CEP 99.999-999 Cidade, Sigla Estado, – Brasil
Tel: (+55 XX) XXXX-XXXX – Fax: (+55 XX) XXXX-XXXX – Email: nononono@nonono.non.br

Em um trabalho anterior dos autores (11), propôs-se um modelo linear por partes dinâmico (LPPD), para a estratégia de PDD, que apresentou desempenho superior quando comparado ao modelo tradicional LPPE. Posteriormente, essa modelagem foi estendida de forma simplificada para a PDDE em (12), onde foram construídos modelos para cada período de tempo t e série forward s . Porém, essa estratégia se mostrou pouco eficiente, pois são adicionados muitos cortes desnecessários, já que, em um contexto de reamostragem de cenários, a cada iteração da PDDE o conjunto de aflências (e, consequentemente, o ponto de operação) associado a cada série *forward* é diferente. Além disso, é impossível estabelecer, para problemas de grande porte, um modelo diferente para cada nó árvore completa, como realizado para a PDD em (11).

Este artigo consiste em um aperfeiçoamento da metodologia apresenta em (12), a partir da proposta dos chamados “modelos lineares por parte dinâmicos dependentes do estado (LPPD-S)”. Com isso, constrói-se um modelo para cada abertura da PDDE e cada estado de armazenamento inicial atingido pelo sistema, no subproblema associado a essa abertura. Como o armazenamento é uma variável contínua, definem-se várias faixas de energia armazenada total para o sistema e considera-se um modelo diferente em cada faixa. Com isso, obtêm-se um conjunto de cortes para representação das não linearidades para cada combinação de abertura e faixa de energia armazenada, e utiliza-se, no subproblema de cada período e cenário, apenas o conjunto de cortes relacionado à combinação correspondente. Ressalta-se que essas faixas são utilizadas apenas para decidir o modelo linear por partes a ser utilizado em cada subproblema, já que a representação do armazenamento continua sendo feito de forma contínua, através da técnica de PDDE.

2.0 - PROBLEMA NÃO LINEAR DE PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO HIDROTÉRMICA

O problema de planejamento hidrotérmico de médio prazo considerado neste trabalho, definido pela sigla MTHTS (*mid term hydrothermal coordination*) tem discretização mensal e horizonte T de vários meses. O parque gerador é composto por diversos reservatórios equivalentes de energia e um conjunto de unidades geradoras termoeletricas, cada uma com uma função de custo de geração quadrática. São considerados diversos cenários de energia aflrente e_t aos reservatórios em cada período, resultando em um problema de programação estocástica com certa árvore de cenários, como a mostrado à esquerda na Figura 1. Apesar da importância de se modelar a dependência temporal na geração dos cenários e na construção da política de operação (13), considerou-se, sem perda de generalidade para a proposta deste trabalho, cenários com independência temporal. Devido à impossibilidade de percorrer todos os nós da árvore de cenários, aplica-se a técnica de PDDE, que leva a uma estrutura de subproblemas para cada período t , série forward s e cenário backward ω , como o ilustrado à direita na Figura 1.

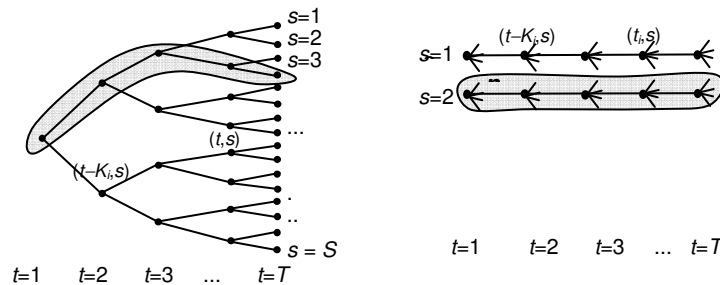


Figura 1: Representação esquemática da árvore de cenários considerada no problema (esquerda) e conjunto de séries *forward* e aberturas *backward* utilizadas em cada iteração da PDDE (direita)

O problema como um todo pode ser formulado de forma abstrata pela expressão recursiva à esquerda de [1], que leva à criação de uma função de recurso $\varphi_t(\cdot)$ para cada período, também conhecida como função de custo futuro (FCF). O subproblema (t, s, ω) associado a cada período t , série s e abertura backward ω é representado também de forma sucinta à direita de [1]. As variáveis de decisão são às gerações térmicas x_{gt} e hidroelétricas x_{ht} , que resultam em uma variável de estado x_{st} associada à energia armazenada do sistema. A função objetivo consiste de custos não lineares $c_t(x_{gt})$ para cada unidade geradora termoeletrica, representados através da função de custo de geração termoeletrica total do sistema proposta em (14). As restrições básicas do problema são o atendimento à demanda d_t em cada período, o balanço hídrico nos reservatórios e limites inferior (\underline{x}) e superior (\bar{x}) para cada variável x .

Em seguida, descrevemos de forma geral a estratégia de PDDE utilizada para resolver o problema e o processo iterativo LPPD proposto em (11), (12) para representar de forma dinâmica o custo de geração térmica como uma função linear por partes.

$$\begin{aligned} \min_{x_1} c(x_1) + E[\varphi_2(x_1, \xi_2)] \\ \text{s.a. } g_1(x_1) = b_1(\xi_1) \\ x_1 \in X \\ \text{onde, para } t = 2, \dots, T, \\ \varphi_t(x_{t-1}, \xi_t) = \min_{x_t} c(x_t) + E[\varphi_{t+1}(x_t, \xi_{t+1})] + \\ \text{s.t. } g_t(x_t) = b_t(x_{t-1}, \xi_t) \\ x_t \in X \end{aligned} \quad \varphi_t(x_t^{s,\omega}, \xi_t^\omega) = \begin{cases} \min c_t(x_{gt}^{s,\omega}) + \left(\frac{1}{1+\beta}\right) \varphi_{t+1}(x_{vt}^{s,\omega}) \\ \text{s.a.} \\ x_{gt}^{s,\omega} + x_{gh_t}^{s,\omega} = d_t \\ x_{vt}^{s,\omega} - x_{vt-1}^{s,\omega} + x_{gh_t}^{s,\omega} = \xi_t^\omega, \\ \underline{x_t} \leq x_t^{s,\omega} \leq \overline{x_t} \end{cases} \quad [1]$$

2.1 Estratégia de Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE)

A estratégia de PDDE (4) é baseada na decomposição de Benders multiestágio (3), porém apenas um subconjunto de cenários, sorteados pelo método Monte Carlo, são percorridos em cada iteração do algoritmo, que é composta de duas etapas: um passo *forward*, onde se percorrem certos cenários selecionados com o objetivo de produzir estados factíveis e "interessantes", e um passo *backward* onde, para cada estado visitado no passo *forward*, resolvem-se os subproblemas para todas as aberturas daquele estágio. O resultado desse processo é a obtenção de uma "política operativa", composta de um conjunto de FCFs, uma para cada período. A convergência do algoritmo é estudada, por exemplo, em (15), (16). Tradicionalmente, utiliza-se um critério de parada estatístico, baseado na diferença entre o valor do limite inferior para a solução ótima (ZINF), que corresponde ao custo de operação do primeiro estágio, e um limite superior (ZSUP), calculado como a média do custo de operação em uma amostra das séries visitadas (4). Entretanto, outros critérios de parada têm sido estudados na literatura (17).

2.2 Modelos Lineares por Parte Dinâmicos (LPPD)

A aplicação tradicional da PDDE a um problema não linear convexo pode ser feita resolvendo o problema através de uma linearização por partes de cada função de custo ou restrição não linear, como realizado em (18) para a função de produção hidroelétrica. Entretanto, isto levaria a um excessivo número de cortes caso se desejasse uma precisão muito acurada para a solução final, conforme discutido em (19). Portanto, os autores têm optado por utilizar um modelo linear por partes dinâmico (LPPD), seja para a função de produção (20) ou para os custos de geração térmica (11), (12), (19). Esta metodologia consiste em inserir cortes pelo método de *outer approximation* de Kelley (21), apenas nos trechos onde seja estritamente necessário avaliar a função, o que irá depender do ponto de operação do sistema atingido ao longo das iterações, períodos e cenários da PDDE. Portanto, além das iterações externas da PDDE, há um processo iterativo interno composto de várias recursões para a resolução de cada subproblema, onde em cada recursão se adicionam novos cortes (restrições) ao problema de programação linear, a partir da solução x^k obtida utilizando o modelo anterior.

Detalhes desse algoritmo para o caso particular dos custos não lineares de geração térmica modelados por uma geração térmica equivalente, que é a modelagem utilizada neste trabalho, são descritos (11), (12), (14). Como resultado de sua aplicação, obtêm-se $NCUT_{CGT}$ cortes para representação da função de custo não linear térmica, como formulado em [2]:

$$C_{GT}^{t,s}(x_{GT}^{t,s}) \geq a_{GT}^{t,s(k)} + a_{GT}^{t,s(k)}(x_{GT}^{t,s}), \quad k = 1, \dots, NCUT_{CGT}^{t,s}, \quad [2]$$

onde o resultado do subproblema de programação linear (PL) será sempre aderente à curva, visto que se trata de um problema de minimização de custos.

Em relação à convergência da PDDE, ressalta-se que todos os cortes de Benders construídos em iterações anteriores são sempre válidos, já que as modificações realizadas no problema de otimização de uma iteração para outra da PDDE (além dos cortes de Benders propriamente ditos) consistem apenas em adições de restrições, e portanto, a aproximação da FCF de cada período continua sendo uma envoltória inferior da função exata. Como consequência, o limite inferior para o custo da solução ótima é sempre válido. Já os custos de operação de todas as séries *forward* já simuladas até determinada iteração da PDDE, que em geral são utilizados para uma avaliação estatística de ZSUP (para o caso neutro a risco), se tornam inválidos sempre que novas restrições são adicionadas. Entretanto, como será visto adiante, não se utilizou neste artigo o ZSUP como critério de parada.

2.3 Dificuldades da aplicação do modelo LPPD para a PDDE

Conforme evidenciado pelos índices (t, s) nos termos da função, a aplicação dos modelos LPPD realizada anteriormente para as expressões não lineares resulta em uma função para cada período de tempo e cenário. Isto não apresenta maiores dificuldades no caso da PDD, pois como toda a árvore de cenários é percorrida, utiliza-se um modelo para cada nó dessa árvore, o qual estará automaticamente ajustado para as condições operativas atingidas naquele nó, ao longo das iterações da PDD.

Entretanto, no caso da PDDE, não há uma enumeração explícita de todos os nós da árvore, pela impossibilidade de percorrê-la por completo. Além disso, ao se aplicar reamostragem dos cenários forward, como em (5), (6), (22), que é importante para assegurar a convergência teórica e assintótica do algoritmo da PDDE (15), a série correspondente a cada índice (ex: 1ª série, 2ª série, etc...) no conjunto de séries *forward* corresponderá a uma realização diferente da árvore de cenários em cada iteração da PDDE, podendo estar sujeita a uma condição operativa (e, conseqüente, um determinado nível de geração térmica) distinta em relação às iterações anteriores. Estes dois aspectos tornariam em princípio o modelo LPPD pouco eficiente para a PDDE, pois diante da impossibilidade de construir um modelo por cenário, seria necessário ter um modelo único para cada período. Este modelo provavelmente iria conter um número excessivo de cortes, já que deve estar preparado para os diferentes valores de geração térmica que possam ser necessários naquele período, em quaisquer dos possíveis cenários multi-estágios que pudessem ocorrer.

No trabalho (12) foi adotado um modelo diferente para cada índice de série *forward*, mas esta foi uma definição pura e simplesmente do ponto de vista algorítmico, sendo eficiente somente no caso em que não se aplica reamostragem de cenários (23), já que, conceitualmente, os modelos LPPD para cada índice de série não deveriam diferir um do outro, quando se aplica reamostragem. A maior contribuição do presente trabalho é contornar essa questão, apresentando os chamados "modelos lineares por parte dinâmicos dependentes do estado (LPPD-S)" como solução para obter modelos LPPD mais sucintos e eficientes para a PDDE, conforme descrito a seguir.

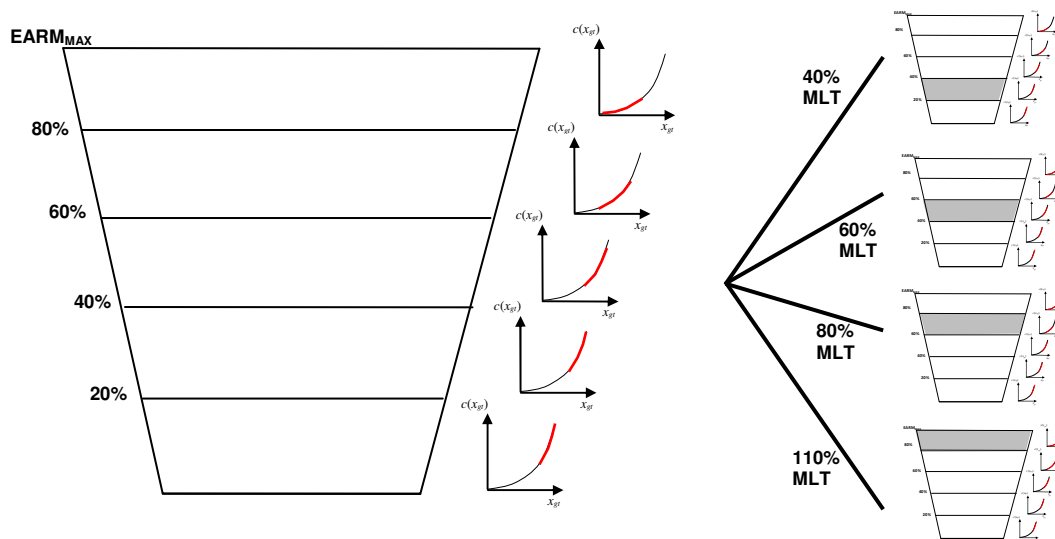
3.0 - MODELO LPPD DEPENDENTE DO ESTADO (LPPD-S)

A maior dificuldade da aplicação dos modelos lineares por parte dinâmicos (LPPD) na PDDE é estimar o nível de geração térmica esperado em cada cenário *forward* e *backward*, antes de se resolver o respectivo subproblema. Devido ao grande número de possíveis séries *forward* que podem ser sorteadas (em um caso oficial com o modelo Newave (23) com 120 meses e 20 aberturas por mês haveria 20^{120} cenários possíveis), em um estudo com reamostragem dificilmente repetiríamos alguma série multi-estágio ao longo das iterações do algoritmo. Desta forma, não teríamos um "histórico" de resolução daqueles cenários, para o qual já teriam sido construídos alguns cortes para aproximar a curva não linear de geração térmica equivalente.

Entretanto, é razoável supor que a geração térmica em determinado estágio (mês) de um cenário multi-estágio depende principalmente de dois fatores:

- do estado do sistema no início do mês, que pode ser avaliado através do nível de energia armazenada nos reservatórios;
- do grau de severidade do cenário para esse mês, que pode ser avaliado pela abertura que está sendo considerada para aquele estágio.

Portanto, propõe-se neste trabalho definir K faixas para a energia armazenada (EARM) total do sistema, e construir, para cada estágio (mês) do estudo, um modelo LPPD diferente para cada faixa de EARM inicial e cada abertura considerada nesse mês. Assim, antes de se resolver cada subproblema de um determinado mês (seja no passo *forward* ou *backward* da PDDE), inserimos no PL apenas os cortes do modelo LPPD referente à faixa de EARM inicial em que o sistema se encontra e à abertura a ser considerada¹.



¹ Ressaltamos que, neste artigo, a série *forward* é definida sorteando, para cada mês, uma das aberturas do passo backward para esse mês, e que definem a “árvore completa” do problema estocástico.

Figura 2: Esquema ilustrativo do conjunto de diferentes modelos lineares por partes dinâmicos (LPPD) para o custo de geração térmica, dependendo da abertura a ser resolvida e o estado atingido pelo sistema.

A Figura 2 ilustra, de forma esquemática, o conjunto de modelos para o custo de geração térmica que seriam construídos em determinada iteração da PDDE para o algoritmo LPPD-S proposto neste trabalho: à esquerda ilustram-se os trechos da curva de geração térmica que naturalmente se tornariam mais detalhados para cada faixa, ou seja, maiores níveis de geração térmica para as faixas de armazenamento mais baixas. À direita na mesma figura ilustra-se o fato de que teríamos modelos diferentes para cada abertura. Em cada resolução do PL, utilizam-se apenas os cortes referentes ao “modelo ativo” para o subproblema em questão, destacado em cinza.

4.0 - RESULTADOS NUMÉRICOS

Apresentam-se experimentos numéricos para um problema simplificado de planejamento hidrotérmico, com as seguintes configurações de árvores de cenários:

- 2 períodos, com 20 aberturas (n_{leq}) por período;
- 4 períodos, com 5 aberturas por período;
- 12 períodos, com 4 aberturas por período.

Em todos os casos, o primeiro período é determinístico. O parque termoelétrico é o mesmo utilizado em (12), composto de 43 unidades termoelétricas com custos quadráticos de operação. A função de custo de geração térmica equivalente é quadrática por partes e composta de 71 segmentos, conforme descrição apresentada em (14), (19). O parque hidroelétrico é composto de dois reservatórios equivalentes, cujos cenários de afluência foram gerados de forma aleatória, sem considerar dependência temporal ou espacial. Adotaram-se 5 faixas de energia armazenada para a definição dos modelos LPPD. O número de séries *forward* foi igual a dois e o critério de parada foi o número de iterações. Não se utilizou processamento paralelo na execução desses casos.

4.1 Testes de Consistência

Inicialmente foram realizados testes de consistência da modelagem, para verificar se a adoção de modelos dinâmicos por estado (LPPD-S) para o custo de geração térmica é capaz de obter os mesmos valores de custo do modelo LPPD adotado anteriormente em (12). A Tabela 1 mostra essa comparação, onde se verificam diferenças desprezíveis entre os dois modelos, sempre em patamares inferiores a $10^{-4}\%$. Esta tabela mostra também uma comparação dos tempos computacionais entre as duas estratégias, onde se verificam reduções de tempo em torno de 10%. Embora tais reduções não sejam relevantes, podem se tornar maiores à medida que casos de maior porte sejam considerados. Outro aspecto que deve ser ressaltado e que não foi quantificado neste artigo é a redução da memória para executar cada caso, pois não é necessário utilizar, em um único PL, uma grande quantidade de cortes para o custo de geração térmica, já que são utilizados apenas as restrições construídas para a abertura e o estado inicial de armazenamento associado ao PL em questão. Os cortes construídos para os diferentes modelos LPPD dependentes do estado foram armazenados em arquivos e carregados apenas quando necessários.

Tabela 1 – Valor ótimo e tempo de CPU para resolver cada problema estocástico – estratégia proposta LPPD proposta em (12) e estratégia LPPD-S proposta neste trabalho.

T	n_{leq}	LPPD		LPPD-S	
		ZINF	Tempo(s)	ZINF	Tempo(s)
2	20	111.891,098	142,31	111.891,098	129,90
4	5	262.266,448	297,03	262.266,440	275,10
12	4	894.186,298	1079,80	894.186,097	973,79

4.2 Análise de Desempenho

O gráfico à esquerda da Figura 3 mostra o processo de convergência da PDDE para o maior caso, onde os valores de ZINF foram escalonados para permitir uma melhor visualização. Apesar do valor de ZINF ter se estabilizado já no primeiro terço do processo iterativo, prosseguiu-se até a iteração 200 por dois motivos: para se ter uma política operativa mais robusta e também devido à tolerância extremamente rigorosa ($10^{-4}\%$) adotada para a precisão no custo de geração térmica do modelo linear por partes em relação à verdadeira curva quadrática por partes, para fins de simulação futura da política operativa. Além disso, este valor bem pequeno de tolerância foi essencial para comparar com maior acurácia o valor de ZINF dos modelos LPPD e LPPD-S, mostrados na Tabela 1.

Mostra-se ainda, no lado direito da Figura 3, o tempo por iteração da PDDE para o mesmo caso com 12 períodos. As primeiras iterações consomem maior tempo, pois é quando grande parte dos cortes necessários para o modelo linear por partes dinâmico para o custo de geração térmica são construídos. A partir de certo ponto, o acréscimo de cortes por PL é marginal, porém o tempo por iteração volta a crescer, embora em um ritmo menor, devido ao aumento nos cortes da FCF de cada estágio. Este acréscimo de tempo poderia ser reduzido caso se adotasse uma estratégia de eliminação ou seleção de cortes, conforme apresentado em (24).

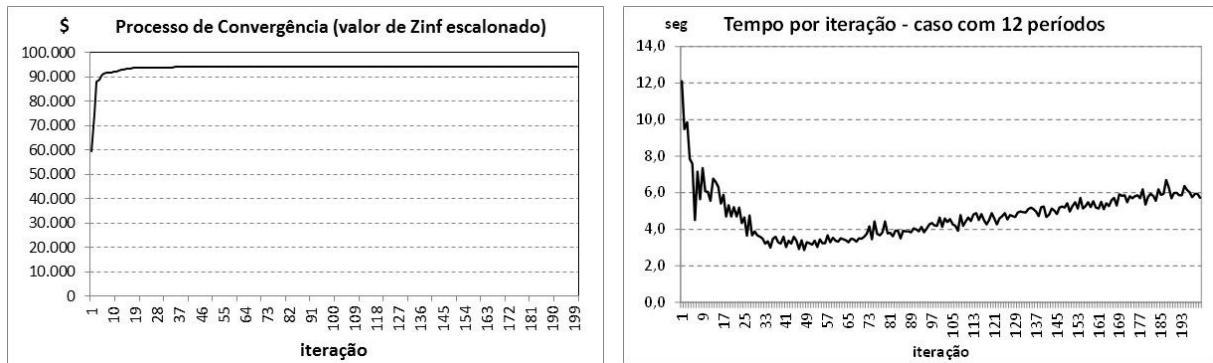


Figura 3: Processo de convergência (esquerda) e tempo por iteração para o caso com 12 períodos na estratégia proposta (LPPD-S).

A seguir, avalia-se o desempenho da estratégia proposta na redução do número de cortes construídos para a aproximação linear por partes do custo de geração térmica. A Figura 4 compara o número de cortes construídos nas estratégias LPPD e LPPD-S, ao longo das iterações da PDDE, para aproximar a função de custo (CGTER) da 1ª abertura do período 6 (que se situa no meio do horizonte de estudo) para o maior caso. Observa-se que a quantidade de cortes utilizada na estratégia LPPD-S é cerca de um terço inferior em relação à LPPD, sem que isso comprometesse a qualidade do valor de ZINF obtido pelo método proposto, como se observa na Tabela 1. A escala do eixo x dessa figura não é regular, pois a abertura pode ser visitada um número diferente de vezes por iteração, dependendo do sorteio da série *forward* e do número de iterações para inserir os cortes de CGTER no PL.

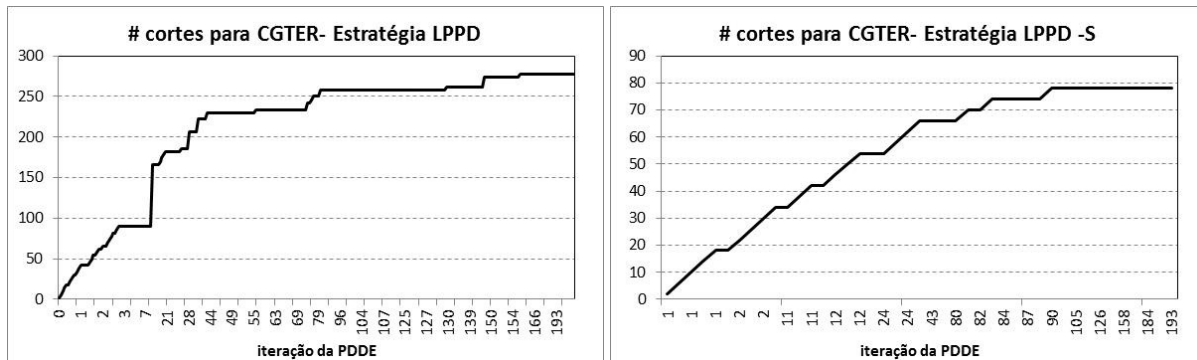


Figura 4: Número de cortes construídos para aproximar a função de custo quadrático de geração térmica (CGTER), para a 1ª abertura do período 6 do caso com $T = 12$.

4.3 Análise de Sensibilidade

Os dois aspectos que nortearam a construção dos modelos LPPD neste trabalho foram o nível de armazenamento no sistema no início de cada estágio e o grau de severidade da energia afluyente no cenário, que é representado pelo índice da abertura (quanto menor o índice, menor a afluência). Neste sentido, esta seção tem por objetivo realizar uma análise de sensibilidade de como o nível de geração térmica varia de acordo com estes dois aspectos, de forma a confirmar a adequação de sua escolha para servirem de parâmetros para a construção de diferentes modelos LPPD.

A Figura 5 apresenta essa análise de sensibilidade para três diferentes estágios (3, 6 e 9) ao longo do horizonte de estudo para o maior caso, analisando-se duas aberturas: a mais seca (índice 1) e a mais úmida (índice 4). A partir dos resultados obtidos pode-se verificar que:

- O nível de geração térmica sofre menos influência do estado inicial de EARM nos primeiros períodos, visto que, para o período 3, a geração térmica oscilou sempre entre 50 e 100% de sua capacidade para a abertura 1, independente do armazenamento inicial. Isto ocorre porque o sistema deve se “preparar” para os diferentes possíveis cenários de afluência no futuro, especialmente os mais severos, que exercem maior impacto no sistema em termos de custo. No extremo oposto, verifica-se que, para o período 11 e a mesma abertura de nº1, o nível de geração térmica oscilou entre os quatro patamares considerados nos gráficos, dependendo do nível de armazenamento inicial no sistema;
- O impacto da abertura também aumenta na medida em que se aproxima do final do horizonte de estudo, visto que, para o período 6, a geração térmica predominante foi de 50 a 75%, tanto para a abertura mais seca (1) como a mais úmida (4). Já para o período 11, o padrão de geração térmica para um mesmo nível de armazenamento inicial difere muito para as duas aberturas.

Embora sejam de certa forma esperadas para o problema de planejamento hidrotérmico, essas duas constatações nos atentam para dois aprimoramentos na metodologia proposta: as faixas de armazenamento para a diferenciação dos modelos LPPD podem ser mais largas (ou seja, menos numerosas) no início do estudo, sendo mais refinadas (em maior quantidade) próximas ao final do horizonte de estudo; e os cortes do modelo LPPD construídos para determinada abertura poderiam ser aproveitadas em aberturas “adjacentes” quando estivermos mais próximos do início do estudo. Em casos reais, onde as afluições aos reservatórios sejam um vetor de maiores dimensões, pode-se dividir as aberturas em diferentes “clusters”, e considerar um modelo LPPD diferente para cada cluster.

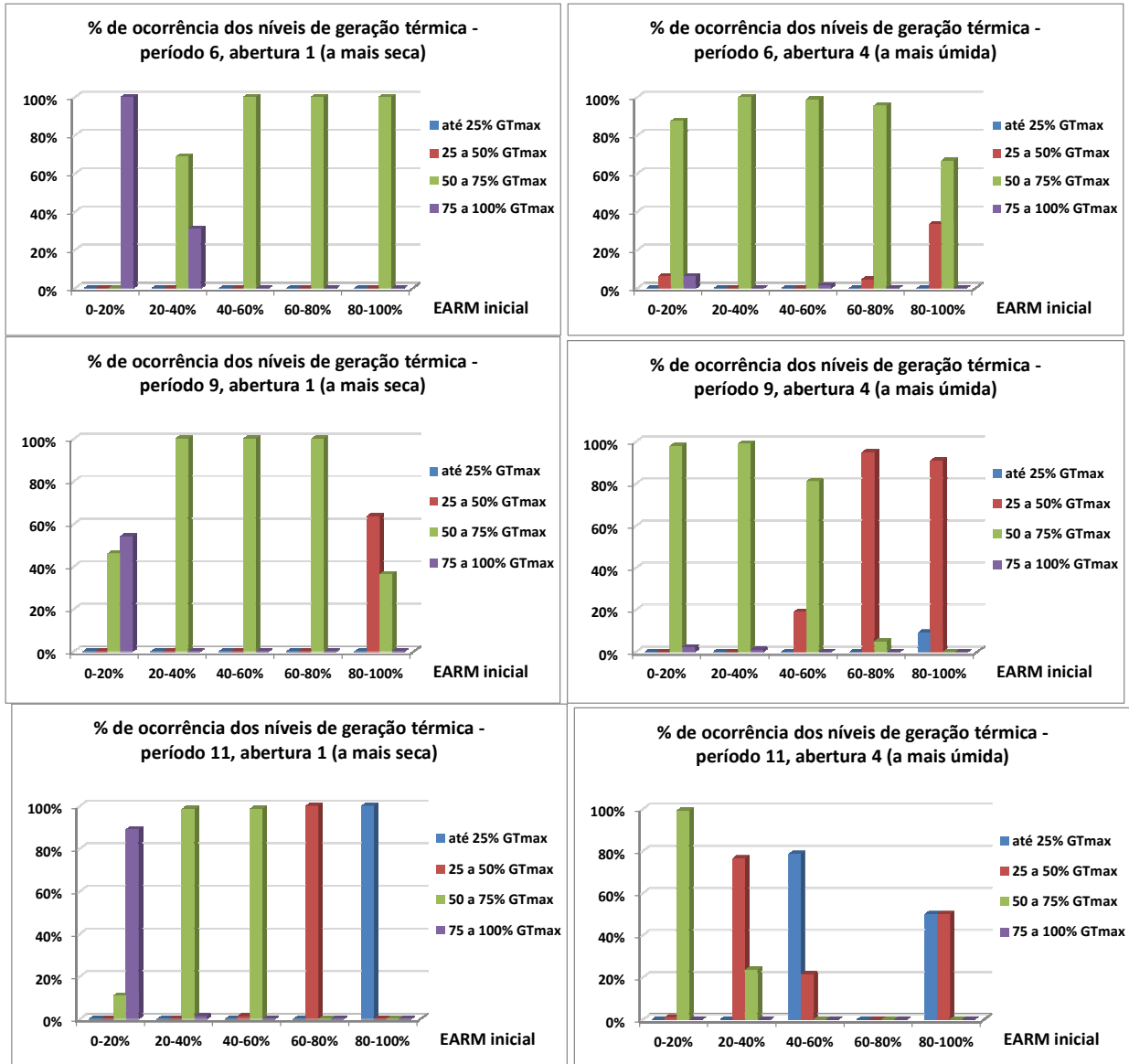


Figura 5: Análise de sensibilidade do nível de geração térmica, em função da energia armazenada inicial e da severidade do cenário de energia afluyente para o mês corrente – períodos 6, 9 e 11.

5.0 - CONCLUSÕES

Este artigo apresentou um modelo linear por partes dinâmico “dependente do estado” do sistema (LPPD-S) para a modelagem dos custos não lineares de geração térmica no problema de planejamento hidrotérmico, resolvido pela técnica de programação dinâmica dual estocástica. A principal contribuição do trabalho é permitir uma maior acurácia na representação de aspectos não lineares do problema, através da inserção iterativa de cortes, sem que isso onere demasiadamente o tempo computacional para a resolução do problema. Os resultados, embora preliminares devido ao pequeno porte do sistema considerado, encorajam a extensão da metodologia para problemas de maior porte. Sua aplicação pode ser feita para representar outras restrições não lineares, como a função de produção das usinas hidroelétricas.

6.0 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- (1) M.E.P. Maceira, L.A. Terry, F.S. Costa, J.M. Damazio, A.C.G. Melo, "Chain of optimization models for setting the energy dispatch and spot price in the Brazilian system", *Power Syst. Comp. Conf.-PSCC'02*, Sevilla, Spain, June 2002.
- (2) O. B. Fosso, A. Gjelsvik, A. Haugstad, B. Mo, I. Wangensteen, "Generation scheduling in a deregulated system. The norwegian case", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n. 1, pp. 75-81, Feb. 1999.
- (3) Birge, J.R., "Decomposition and partitioning methods for multistage stochastic linear programs", *Oper. Res.*, v.33, n.5, pp. 989-1007, 1985.
- (4) M. V. F. Pereira, L. M. V. G. Pinto, "Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning", *Math. Prog.*, v. 52, n.1-3, pp. 359-375, 1991.
- (5) A. B. Philpott, V. L. Matos, "Dynamic sampling algorithms for multi-stage stochastic programs with risk aversion", *European Journal of Operational research*, v. 218, pp. 470-483, 2012.
- (6) A. Shapiro, W. Tekaya, J.P. Costa, M.P. Soares, "Risk neutral and risk averse Stochastic Dual Dynamic Programming method", *European journal of operational research*, v. 224, n.2, pp. 0375-0391, Jan. 2013.
- (7) V. Kozmik, D.P. Morton, "Evaluating policies in risk-averse multi-stage stochastic programming," *Mathematical Programming*. To Appear (doi: <http://dx.doi.org/10.1007/s10107-014-0787-8>)
- (8) M.E.P. Maceira, L.G.B. Marzano, D.D.J. Penna, A.L. Diniz, T.C. Justino "Application of CVaR risk aversion approach in the expansion and operation planning and for setting the spot price in the Brazilian hydrothermal interconnected system", *International Journal of Electrical Power and Energy Systems* (2015), (doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijepes.2015.02.025>).
- (9) R. T. Rockafellar, R. J-B. Wets, "Scenarios and policy aggregation in optimization under certainty", *Mathematics of Operations Research*, v.16, n.1, pp. 119-147, 1991.
- (10) X. Liu, G. Zhao, "A decomposition method based on SQP for a class of multistage stochastic nonlinear programs", *Siam Journal on Optimization*, v.14, n.1, pp. 200-222, 2003.
- (11) M.I.A. Ennes, R.N. Cabral, A.L. Diniz "Modelagem linear por partes dinâmica para a estratégia de programação dinâmica dual aplicada ao problema de planejamento hidrotérmico não linear estocástico", XII Simpósio de Especialistas em Planejamento da Operação e Expansão Elétrica – SEPOPE, Maio 2012.
- (12) R. N. Cabral, M. I. A. Ennes, A. L. Diniz, "Estratégia de PDDE linear por partes dinâmica aplicada a problemas de planejamento hidrotérmico estocástico", XXII SNPTEE - Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Brasília, Out. 2013.
- (13) M. E. Maceira and C. V. Bezerra, "Stochastic Streamflow model for Hydroelectric Systems", 5th Int. Conf. on Probabilistic Methods Applied to Power Systems -PMAPS, Vancouver, Canada, 1997.
- (14) M. I. Ennes, A. L. Diniz, "An efficient equivalent thermal cost function model for nonlinear mid-term hydrothermal generation planning," *Int. Journal of Electrical Power and Energy Systems*, v.63, pp. 705-712, 2014.
- (15) A. B. Philpott, Z. Guan, "On the convergence of stochastic dual dynamic programming and related methods", *Operations Research Letters*, v.36, n.4, pp. 450-455, 2008.
- (16) P. Girardeau, V. Leclerc, A. B. Philpott, "On the convergence of decomposition methods for multi-stage stochastic convex programs", *Mathematics of Operations Research*, v.40, n.1, pp. 130-145, Feb. 2015.
- (17) T. Homem-de-Mello, V.L. de Matos, E.C. Finardi, "Sampling strategies and stopping criteria for stochastic dual dynamic programming: a case study in long-term hydrothermal scheduling", *Energy Syst.*, v.2, n.1, pp. 1-31, 2011.
- (18) A.L. Diniz, M.E.P. Maceira, "A four-dimensional model of hydro generation for the short-term hydrothermal dispatch problem considering head and spillage effects", *IEEE Trans. Power Syst.*, v.23, n.3, pp. 1298-1308, 2008.
- (19) M. I. Ennes, "Custo equivalente de geração térmica através de uma modelagem linear por partes dinâmica aplicado ao problema de planejamento da operação hidrotérmica não linear estocástico", Dissertação de Mestrado, Programa de Engenharia de Sistemas, COPPE/UFRJ, Março 2013.
- (20) T. N. Santos, A. L. Diniz, "A Comparison of Static and Dynamic Models for Hydro production in Generation Scheduling Problems", *Proc. IEEE PES General Meeting*, Minneapolis, USA, 2010.
- (21) J.E. Kelley, "The cutting planes method for solving convex problems", *Siam Journal*, v.8, n.4, pp. 703-712, 1960.
- (22) D. D. J. Penna, M. E. P. Maceira, J. M. Damazio, A. L. Diniz, "Aplicação de Reamostragem de Cenários Hidrológicos na Definição da Estratégia de Operação Energética de Médio Prazo", Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning, May 2012.
- (23) M.E.P. Maceira, V.S. Duarte, D.D.J. Penna, L.A.M. Moraes, A.C.G. Melo, "Ten years of application of stochastic dual dynamic Programming in official and agent studies in Brazil –Description of the NEWAVE program", *16th Power Systems Computation Conference - PSCC*, Glasgow, SCO, July 2008.
- (24) V.L. de Matos, A. Philpott, E.C. Finardi, Improving the performance of Stochastic Dual Dynamic Programming. *Optimization online*, 2012.

7.0 - DADOS BIOGRÁFICOS



Renato Neves Cabral possui graduação em Matemática (2003) pela Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ), mestrado em Astronomia(2006) pelo Observatório Nacional e doutorado em Otimização em Engenharia de Sistemas (2007), todos pela UFRJ / COPPE. É pesquisador no CEPEL - Centro de Pesquisas de Energia Elétrica, do grupo ELETROBRÁS desde 2008, onde tem trabalho nos modelos para planejamento de sistemas hidrotérmicos. Atualmente está cursando doutorado no Programa de Engenharia de Sistemas da COPPE/UFRJ, onde já concluiu os créditos e está iniciando o trabalho de tese.

André Luiz Diniz possui graduação em Engenharia Civil (1997), mestrado em Engenharia de Transportes (2000) e doutorado em Otimização em Engenharia de Sistemas (2007), todos pela UFRJ / COPPE. Em 2014 realizou um pós-doutorado no Weierstrass Institute for Applied Analysis and Stochastics . É pesquisador no CEPEL - Centro de Pesquisas de Energia Elétrica, do grupo ELETROBRÁS, e professor adjunto da UERJ - Universidade do Estado do Rio de Janeiro, no departamento de Estatística. Tem grande experiência na área de programação matemática e otimização, especialmente aplicada em problemas de planejamento e operação de Sistemas de Energia Elétrica.