



**XXIII SNPTTE  
SEMINÁRIO NACIONAL  
DE PRODUÇÃO E  
TRANSMISSÃO DE  
ENERGIA ELÉTRICA**

FI/GOP/30  
18 a 21 de Outubro de 2015  
Foz do Iguaçu - PR

## GRUPO - IX

### GRUPO DE ESTUDO DE OPERAÇÃO DE SISTEMAS ELÉTRICOS - GOP

#### UM MODELO LINEAR INTEIRO MISTO PARA A ALOCAÇÃO DE UNIDADES TÉRMICAS NA PROGRAMAÇÃO DIÁRIA DA OPERAÇÃO DO SISTEMA HIDROTÉRMICO

**Carlos Henrique Medeiros de Sabóia (\*)**  
CEPEL

**André Luiz Diniz**  
CEPEL / IME-UERJ

## RESUMO

Neste artigo, considera-se, no problema de programação diária da operação com restrições de fluxo DC, a decisão de alocação (acionamento/desligamento) de unidades termoeletricas, conhecido na literatura como *thermal unit commitment*. O problema tratado neste trabalho é visto sob uma ótica de incertezas, onde são atribuídas probabilidades aos diversos cenários da árvore de decisão. Sendo assim é proposta uma nova modelagem para restrições de *unit commitment*, como por exemplo, tempo mínimo que uma unidade deve estar ativa ou inativa, que considere o acoplamento nos nós da árvore de cenários. Devido à consideração de limites de fluxo nas linhas de transmissão, o problema torna-se de difícil resolução, através da aplicação direta de um algoritmo do tipo branch-and-cut disponível em diversos pacotes comerciais de otimização, e para contornar este problema, foi desenvolvida uma heurística baseada no algoritmo exato conhecido na literatura como *local branching*.

## PALAVRAS-CHAVE

Programação da operação, *thermal unit commitment*, mixed integer programming, *local branching approach*

## 1.0 - INTRODUÇÃO

Para o planejamento da operação do Sistema Interligado Nacional Brasileiro (SIN), o Operador Nacional do Sistema Elétrico Brasileiro (ONS) utiliza uma cadeia de modelos desenvolvida pelo Centro de Pesquisas em Energia Elétrica (CEPEL) (1). Para o médio prazo, utiliza-se o modelo NEWAVE, com uma discretização mensal e horizonte de até 5 anos. Para o curto prazo utiliza-se o DECOMP, com uma discretização semanal e horizonte de até 1 ano, considerando as usinas hidroelétricas de forma individualizada. Está em processo de validação pelo ONS e empresas do setor elétrico o modelo DESSEM, para servir como ferramenta de apoio para a Programação Diária da Operação (PDO). O despacho hidrotérmico no modelo DESSEM é realizado considerando não só as usinas hidroelétricas e a calha dos rios de forma detalhada, mas também uma modelagem DC da rede elétrica. Para as usinas térmicas, assumem-se atualmente conhecidos os status (ligada / desligada) de cada unidade ao longo do dia.

Este trabalho tem como objetivo ser um primeiro estudo, em um sistema puramente termoeletrico, para a incorporação no modelo DESSEM de uma forma alternativa à apresentada em (2), (3) para representar a decisão de alocação (acionamento/desligamento) das unidades termoeletricas, problema conhecido na literatura como unit commitment (UC) térmico (4). Segue-se, em linhas gerais, a formulação apresentada em (5) para a modelagem da restrição, considerando-se os seguintes aspectos: (i) limites mínimo e máximo de geração, aplicáveis apenas quando a unidade está ativa; (ii) rampa máxima para acréscimo / decréscimo horário de geração; (iii) tempo mínimo que uma unidade deve estar ativa (Ton) ou inativa (Toff), caso a mesma tenha sido ativada ou desativada,

(\*) Eletrobras Cepel - Avenida Horácio Macedo n° 354, Ilha do Fundão, CEP 21.914-911, Rio de Janeiro (RJ)  
Tel: (+55 21) 2598-6034 – Fax: (+55 21) 2598-6482 – Email: saboia@cepel.br

respectivamente, em algum período de tempo; (iv) custo de desligamento / acionamento de cada unidade, através de uma curva exponencial aproximada por uma função-escada.

Adicionalmente, neste trabalho, o problema de PDO é abordado sob uma ótica de incertezas, onde se considera uma árvore de cenários para atendimento à demanda pelo conjunto de usinas termoeletricas, ao longo do horizonte de um dia. Esta "demanda líquida" termoeletrica pode ser oriunda de uma estocasticidade na afluência às usinas hidroelétricas, combinada com uma incerteza na geração de fontes alternativas, como o vento. Consequentemente, restrições como aquelas citadas em (iii) devem ser modeladas considerando o acoplamento existente entre os diversos nós da árvore de cenários. Ressalta-se que o tratamento de incertezas no problema de unit commitment já tem sido estudado na literatura, onde encontram-se trabalhos como (6)-(8), que consideram as incertezas relacionadas a oferta de geração eólica e na demanda de energia. Além de considerar o problema de UC em um contexto mais complexo, devido à modelagem da rede elétrica, propõem-se ainda neste trabalho alguns aprimoramentos em relação ao trabalho (5), como por exemplo a agregação dos custos de acionamento e desligamento em uma única variável, denominada de "custo de mudança de estado", o que torna o modelo mais compacto.

A introdução da modelagem de UC torna o modelo DESSEM um problema de programação linear inteira mista de grande porte, sendo necessária portanto a aplicação de técnicas de otimização combinatória para sua resolução. Nas últimas décadas a estratégia de relaxação Lagrangeana foi bastante utilizada para resolver esse problema (veja por exemplo, (9)-(11) e a revisão bibliográfica apresentada em (3). Porém o avanço dos pacotes de programação inteira tem tornado mais viável representar o problema como um problema de programação linear inteira mista (MILP), como discutido em (12). Expressões não lineares podem ser aproximadas através de modelos lineares por parte, sejam inteiros (13) ou contínuos (14)-(15). Algumas aplicações recentes de programação linear inteira mista para o problema de UC podem ser encontradas em (16) e (17), para problemas sem rede elétrica e (18), para problemas com rede.

Neste sentido, uma contribuição adicional deste trabalho é considerar as restrições de UC no problema de PDO por um algoritmo do tipo branch-and-cut disponível no pacote de otimização comercial IBM CPLEX 11.0. Entretanto, observou-se, através dos experimentos computacionais que a consideração de limites de fluxo nas linhas de transmissão, torna o problema de difícil resolução, através da aplicação direta do algoritmo citado, e para contornar este problema, foi desenvolvida uma heurística baseada no algoritmo exato conhecido na literatura como *local branching* (19).

O artigo é organizado na seguinte forma. Na seção 2 é apresentada a formulação matemática do problema. Na seção 3 detalha-se a metodologia de solução desenvolvida. Na seção 4 descrito o caso teste utilizado, bem como os resultados obtidos. Finalmente, na seção 5 seguem as considerações finais.

## 2.0 - FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Consideraremos neste estudo um problema de PDO puramente térmico, onde o fluxo DC na rede elétrica é considerado através da representação explícita dos ângulos nas barras. O problema é formulado como um problema estocástico representado através de uma árvore binária de cenários. Os parâmetros e variáveis considerados na modelagem do problema são descritos a seguir:

### 2.1 Variáveis de decisão

Em cada nó  $z$  da árvore de cenários tem-se:

- $u_i^z \in \{0,1\}$  Estado (1:ligada/0:desligada) da unidade térmica  $i$ ;
- $g_i^z \in \mathcal{R}_+$  Geração da unidade térmica  $i$ ;
- $S_i^z \in \mathcal{R}_+$  Custo de mudança de estado (acionar/desligar) da unidade térmica  $i$ ;
- $\Delta\theta_i^z \in \mathcal{R}_+$  Diferença de fase na barra  $i$  da rede elétrica;

### 2.2 Parâmetros

- $\xi$  Conjunto de nós da árvore de cenários;
- $NT, NB, NL$  Número de unidades térmicas, barras e linhas da rede elétrica;
- $\Omega_i, \Phi_i$  Conjunto de linhas da rede elétrica e unidades térmicas, diretamente conectadas a barra  $i$ ;
- $L_z$  Conjunto de restrições de limites de fluxo no nó  $z$  da árvore de cenários;
- $a(z, k)$  Nó antecessor do nó  $z$ , a  $k$  períodos anteriores. Como exemplo, o pai do nó  $z$  seria  $a(z, 1)$ ;

$x_i$	Reatância da linha de transmissão $i$ ;
$\underline{G}_i / \overline{G}_i$	Geração mínima/máxima da unidade térmica $i$ ;
$Rd_i / Rs_i$	Rampa máxima de descida/subida da unidade térmica $i$ ;
$Ca_i^\tau$	Custo exponencial de acionamento da unidade térmica $i$ a $\tau$ períodos anteriores. Para cada nó $z$ da árvore de cenários, $\tau$ assume todos os valores contidos no caminho do nó raiz até o nó pai de $z$ , $a(z,1)$ ;
$Cd_i$	Custo de desligar a unidade térmica $i$ ;
$Ton_i^z$	Conjunto de nós, contidos na sub-árvore com origem no nó $z$ , e com profundidade necessária para atender o tempo mínimo que a unidade térmica $i$ deve permanecer ligada. Adota-se $\alpha_i^z$ como sendo o número de elementos contidos neste conjunto.
$Toff_i^z$	Conjunto de nós, contidos na sub-árvore com origem no nó $z$ , e com profundidade necessária para atender o tempo mínimo que a unidade térmica $i$ deve permanecer desligada. Adota-se $\beta_i^z$ como sendo o número de elementos contidos neste conjunto.

## 2.2 Modelagem Matemática

A formulação a seguir é considerada em cada nó  $z$  da árvore de cenários  $\xi$ . A função objetivo minimiza a soma dos custos de geração térmica e de acionar/desligar unidades térmicas ao longo de todo o período de operação, para os diversos cenários. As restrições [1a]-[1f] modelam o problema de *unit commitment* térmico, que compreendem as seguintes restrições: limites mínimo e máximo de geração [1a]; rampa máxima para acréscimo/decrécimo horário de geração [1b]; custo de desligamento [1c]; custo exponencial de acionamento [1d], aproximado por uma função escada; tempo mínimo que uma unidade deve permanecer desligada [1e] ou ligada [1f]. As restrições [1g]-[1i] modelam o fluxo DC na rede elétrica através da representação explícita dos ângulos das barras (20).

$$\begin{aligned}
 & \text{Min} \quad c_1(g) + c_2(S) \\
 & \text{s.a.} \\
 & \underline{G}_i u_i^z \leq g_i^z \leq \overline{G}_i u_i^z, \quad i = 1, \dots, NT \quad [1a] \\
 & -Rd_i \leq g_i^z - g_i^{a(z,1)} \leq Rs_i, \quad i = 1, \dots, NT \quad [1b] \\
 & Cd_i (u_i^{a(z,1)} - u_i^z) \leq S_i^z, \quad i = 1, \dots, NT \quad [1c] \\
 & Ca_i^\tau \left( u_i^z - \sum_{k=1}^{\tau} u_i^{a(z,k)} \right) \leq S_i^z, \quad i = 1, \dots, NT \quad [1d] \\
 & \sum_{k \in Toff_i^z} (1 - u_i^k) \geq \beta_i^z (u_i^{a(z,1)} - u_i^z), \quad i = 1, \dots, NT \quad [1e] \\
 & \sum_{k \in Ton_i^z} u_i^k \geq \alpha_i^z (u_i^z - u_i^{a(z,1)}), \quad i = 1, \dots, NT \quad [1f] \\
 & g_{\Phi_i}^z + \sum_{k \in \Omega_i} f_k^z = d_i^z, \quad i = 1, \dots, NB \quad [1g] \\
 & f_i^z = (x_i)^{-1} \Delta \theta_i^z, \quad i = 1, \dots, NL \quad [1h] \\
 & L_z = \left\{ \overline{f_i} \leq f_i^z \leq \underline{f_i} \right\}, \quad i = 1, \dots, NL \quad [1i] \\
 & g_i^z, S_i^z \in \mathfrak{R}_+, u_i^z \in \{0,1\} \quad i = 1, \dots, NT \quad [1j] \\
 & \Delta \theta_i^z \in \mathfrak{R}_+ \quad i = 1, \dots, NB \quad [1k]
 \end{aligned}$$

Na formulação apresentada as restrições (1i) de limites de fluxo DC nas linhas da rede elétrica são consideradas de forma implícita: caso a solução ótima do problema obtida com as restrições [1i] relaxadas satisfaça as mesmas, seria equivalente à situação em que elas tivessem sido consideradas no problema, pois a intensidade dos fluxos não é contabilizada na função objetivo. Por outro lado, caso existam fluxos que violem algumas linhas em específico, então as mesmas devem ser incorporadas de forma explícita no problema. Na seção seguinte apresenta-se a metodologia de solução desenvolvida para considerar a satisfação destas restrições de fluxo violadas, sem no entanto, comprometer o desempenho do algoritmo branch-and-cut, disponível no pacote Cplex 11.0, utilizado para a resolução do PDO.

### 3.0 - METODOLOGIA DE SOLUÇÃO

O estudo de PDO como o considerado neste trabalho é de 24 horas, sendo as 19 primeiras horas determinísticas e as 5 últimas estocásticas, com 2 cenários possíveis no trecho estocástico, resultaria em um total de 82 nós na árvore de decisão. Como a rede básica do sistema elétrico brasileiro é composta aproximadamente, por 5.000 barras e 7.000 linhas de transmissão, se em cada nó fossem consideradas explicitamente no problema de PDO, as restrições de limites de fluxo nas linhas teríamos aproximadamente um milhão de restrições do tipo [1i]. Este fato tornaria inviável a utilização de um algoritmo enumerativo do tipo branch-and-cut, ainda mais pelo fato de que ainda seria necessário considerar todas as outras variáveis de natureza térmica modeladas neste trabalho, além das variáveis e restrições de despacho hidrotérmico consideradas atualmente no modelo DESSEM (20).

Para tratar este problema são propostos neste trabalho dois algoritmos específicos. O primeiro algoritmo, denominado **ALG-LS-BC**, é mais intuitivo e consiste em resolver o problema de PDO através de uma sequência de algoritmos do tipo branch-and-cut, introduzindo dinamicamente no problema as restrições de fluxo violadas ao longo das iterações. O segundo algoritmo, denominado **ALG-LS-LB**, é uma heurística baseada no algoritmo exato conhecido na literatura como *local branching* (19), que tem como idéia central particionar a região viável de um problema de programação inteira em subconjuntos, que por sua vez possam ser explorados mais facilmente por pacotes de otimização inteira como o IBM CPLEX. Além destes dois algoritmos que determinam os limites superiores primais para o PDO, consideramos também um terceiro algoritmo, baseado na relaxação linear das variáveis  $u_i^z$ , para se determinar o limite inferior para o PDO, e que é denominado de **Algoritmo ALG-LI**. A seguir descrevem-se os passos de cada algoritmo.

#### 3.1 ALGORITMO ALG-LI: cálculo do Limite Inferior

Neste algoritmo resolve-se um problema de programação linear, obtido pela relaxação contínua das variáveis inteiras do problema, como descrito a seguir.

- **Passo 0:** Considere  $L_\xi = \bigcup_{z \in \xi} L_z = \{\emptyset\}$  e  $u_i^z \in [0,1]$ , ou seja, relaxe no PDO todas as restrições do tipo (1i) e de integralidade do estado das unidades térmicas;
- **Passo 1:** Resolva o PDO e verifique os fluxos na rede elétrica. Seja  $L_z^v$  o subconjunto de restrições de limites de fluxo violadas no nó  $z$  da árvore de cenários;
- **Passo 2:** Se  $L_z^v = \{\emptyset\}_{\forall z \in \xi}$  então PARE e retorne o limite inferior  $L_{\inf}$  e  $L_\xi = \bigcup_{z \in \xi} L_z$ . Caso contrário, atualize  $L_z := L_z \cup L_z^v$  e vá para o **Passo 1**.

#### 3.2 ALGORITMO ALG-LS-BC: Cálculo do Limite Superior

O primeiro algoritmo apresentado para o cálculo do limite superior, ou seja, da melhor solução viável para o problema de PDO, é semelhante ao ALG-LI, com a diferença que as restrições de integralidade não são relaxadas. O algoritmo é descrito abaixo:

- **Passo 0:** Considere  $L_\xi = \bigcup_{z \in \xi} L_z = \{\emptyset\}$ , ou seja, relaxe no PDO todas as restrições do tipo (1i);
- **Passo 1:** Resolva o PDO através do algoritmo branch-and-cut disponível no pacote IBM CPLEX 11.0 com um *gap* relativo de otimalidade de 1%, e verifique os fluxos na rede elétrica. Seja  $L_z^v$  o subconjunto de restrições de limites de fluxo violadas no nó  $z$  da árvore de cenários;
- **Passo 2:** Se  $L_z^v = \{\emptyset\}_{\forall z \in \xi}$  então PARE e retorne o limite superior  $L_{\sup}$ . Caso contrário, atualize  $L_z := L_z \cup L_z^v$  e vá para o **Passo 1**.

#### 3.3 ALGORITMO ALG-LS-BC: Algoritmo proposto, baseado em local branching

O segundo algoritmo baseia-se na técnica de *local branching* (19). A idéia deste algoritmo é semelhante aquela utilizada no algoritmo branch-and-cut, que particiona o espaço de soluções inteiras em busca de soluções viáveis. No entanto, neste último o espaço é particionado com base na relaxação linear obtida em cada nó da árvore de enumeração, ou seja, pode ser dito que, de alguma forma, o algoritmo é guiado por limites duais. No caso do *local branching* o espaço é particionado com base em uma solução inteira conhecida, ou seja, o algoritmo é guiado por limites primais.

Esta partição é obtida com o uso da distância de Hamming que, para um certo vetor binário  $u$ , mede a quantidade de substituições necessárias para transformar este último no vetor binário  $\bar{u}$ , onde  $(u)^v$  representa a coordenada  $v$  de  $u$ . Esta distância é formulada como em [2]:

$$\Delta(u, \bar{u}) = \sum_{\{v: (\bar{u})^v = 1\}} [1 - (u)^v] + \sum_{\{v: (\bar{u})^v = 0\}} (u)^v \quad [2]$$

Utilizando esta métrica a região viável de um problema de Programação Inteira, pode ser subdividida em duas regiões. Considerando uma solução viável inicial  $\bar{u}$  e um número máximo de substituições  $\kappa$ , pode-se obter um subproblema com região viável menor que a do original acrescentando-se ao mesmo a restrição  $\Delta(u, \bar{u}) \leq \kappa$  e resolvendo este novo problema com o objetivo de encontrar uma nova solução viável melhor do que a original  $\bar{u}$ . O outro subproblema é obtido pelo acréscimo da restrição  $\Delta(u, \bar{u}) \geq \kappa + 1$ , ou seja, o mesmo seria complementar ao subproblema anterior no sentido de que a união destes dois subconjuntos é idêntico ao espaço de soluções do problema original.

A idéia geral do método seria então, a partir de um ponto viável inicial  $\bar{u}^1$  e, através de um algoritmo exato do tipo branch-and-cut, que gera uma árvore de enumeração **T**, explorar a vizinhança deste ponto adicionando a distância de Hamming  $\Delta(u, \bar{u}^1) \leq \kappa$  ao conjunto de restrições do problema. Caso exista uma solução ótima de, melhor qualidade que  $\bar{u}^1$ , denota-se a mesma por  $\bar{u}^2$ . Acrescentam-se então duas restrições adicionais, eliminando-se a anterior, que seria  $\Delta(u, \bar{u}^1) \geq \kappa + 1$ , para explorar o espaço complementar ao anterior, e  $\Delta(u, \bar{u}^2) \leq \kappa$  para que neste espaço complementar seja encontrada uma solução ótima, diga-se  $\bar{u}^3$ , melhor do que a atual  $\bar{u}^2$ . O processo então é repetido de acordo com estes passos até que algum critério de parada seja alcançado. A figura 1 a seguir, extraída de (19) ilustra este procedimento:

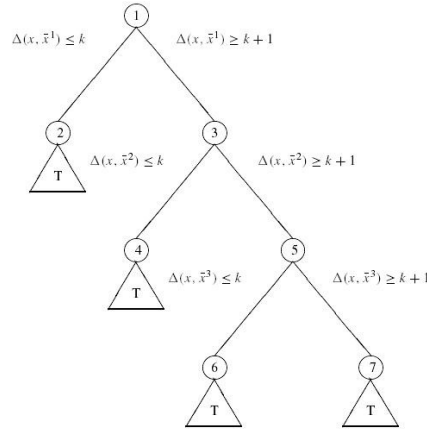


Figura 1 – Procedimento de Busca Local Branching

O algoritmo apresentado a seguir pode ser visto como uma heurística baseada neste procedimento, pois em cada sub-árvore **T** do processo enumerativo busca-se não obrigatoriamente o ótimo da partição, mas apenas uma solução viável de melhor qualidade do que a atual utilizada pela métrica de Hamming. Os passos do algoritmo são como segue:

- **Passo 0:** Considere os parâmetros de convergência pré-definidos  $\kappa$  e  $LB_{\max}$ . Faça  $n = 1$  e  $\Delta(u) = \{\emptyset\}$ ;
- **Passo 1:** Utilize o Algoritmo **ALG-LI** para obter  $L_{\inf}$  e o conjunto inicial  $L_{\xi} = \bigcup_{z \in \xi} L_z$ ;
- **Passo 2:** Resolva o PDO através do algoritmo branch-and-cut disponível no pacote IBM CPLEX 11.0 para encontrar uma solução viável  $\bar{u}^n$  para o PDO, considerando os limites de fluxo atuais em  $L_{\xi}$ ;
- **Passo 3:** Determinação de uma solução inteira viável para o problema, satisfazendo todas as restrições de limites de fluxo.
  1. **Passo 3.1:** Acrescente no PDO as restrições  $R(\bar{u}^n) := \{u = \bar{u}^n\}_{v(i,z)}$ . Desta forma o PDO torna-se um problema de programação linear, pois as variáveis inteiras possuem valores fixos;
  2. **Passo 3.2:** Resolva o PDO e verifique os fluxos na rede elétrica. Seja  $L_z^v$  o subconjunto de restrições de limites de fluxo violadas no nó  $z$  da árvore de cenários;

3. **Passo 3.3:** Se  $L_z^v = \{\emptyset\}_{\forall z \in \xi}$  então retorne o limite superior  $L_{\text{sup}}$ . Remova do PDO as restrições  $R(\bar{u}^n)$ . Caso contrário, atualize  $L_z := L_z \cup L_z^v$  e retorne ao **Passo 3.2**;
- **Passo 4:** Atualização do conjunto  $\Delta(u)$  com a métrica de Hamming. Se  $\Delta(u) \neq \{\emptyset\}$ , ou seja  $n > 1$ , então faça  $\Delta(u) := \{\Delta(u) \setminus \Delta(u, \bar{u}^{n-1}) \leq \kappa\} \cup \{\Delta(u, \bar{u}^{n-1}) \geq \kappa + 1\} \cup \{\Delta(u, \bar{u}^n) \leq \kappa\}$ . Se  $\Delta(u) = \{\emptyset\}$ , ou seja, o algoritmo está na primeira iteração, então faça;  $\Delta(u) := \Delta(u) \cup \{\Delta(u, \bar{u}^n) \leq \kappa\}$ ;
- **Passo 5:** Resolva o PDO através de um algoritmo do tipo branch-and-cut, acrescentando o conjunto  $\Delta(u)$  e obtenha a solução  $\hat{u}$ ;
- **Passo 6:** Atualize  $n = n + 1$ . Se  $n > LB_{\text{max}}$ , então PARE e retorne a melhor solução encontrada. Caso contrário, faça  $\bar{u}^n = \hat{u}$  e vá para o **Passo 3**.

#### 4.0 - RESULTADOS COMPUTACIONAIS

Nesta seção são apresentados os resultados computacionais obtidos com os algoritmos **ALG-LS-BC** e **ALG-LS-LB**. O caso teste utilizado foi um caso puramente térmico com 18 usinas termelétricas, totalizando 77 unidades térmicas. A rede elétrica é um dos sistemas-teste do IEEE, composto por 24 barras e 38 linhas de transmissão (22). A programação da operação compreende um período de 24 horas, sendo que as primeiras 19 horas são determinísticas e para as 5 horas finais consideram-se 2 cenários. O equivalente determinístico resulta em um problema com 50 nós na árvore de decisão, como mostrado na figura 2 abaixo.

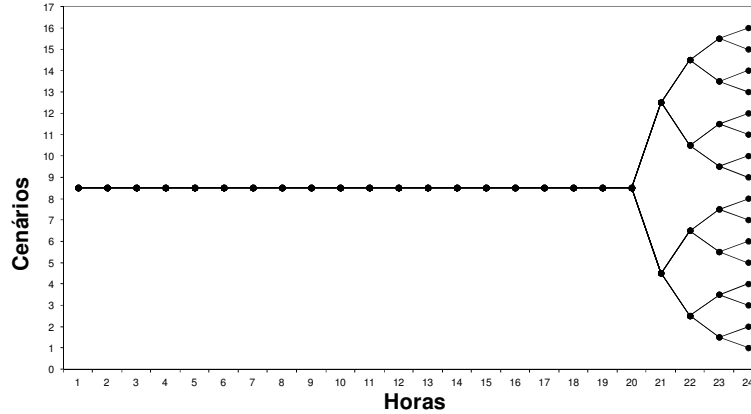


Figura 2 – Estrutura de cenários do problema considerado neste trabalho

Adicionalmente, consideram-se dois picos na demanda, o primeiro ocorrendo na 10ª hora e o segundo na 15ª hora do horizonte de estudo, respectivamente. Este caso teste resultou em um problema de programação inteira mista com, aproximadamente, 4.000 variáveis binárias, 11.000 variáveis contínuas e 150.000 restrições.

#### 4.1 Análise de desempenho

Para o algoritmo ALG-LS-BC adotou-se um *gap* relativo de convergência de 2% para o algoritmo branch-and-cut. Vale lembrar que, em um problema de minimização, este *gap* é calculado considerando-se a diferença relativa entre o valor da melhor solução inteira conhecida e o valor da menor relaxação linear dos nós abertos, ainda a serem explorados, na árvore de enumeração. Sendo assim, ao final da convergência deste algoritmo temos também um limite inferior mais preciso do que aquele obtido pelo algoritmo ALG-LI.

Em relação ao algoritmo ALG-LS-LB adotou-se um número máximo de 15 nós na árvore de enumeração e um número máximo de 15 substituições na métrica de Hamming. Além disto, o critério de convergência adotado em cada algoritmo branch-and-cut, a ser resolvido em cada nó, foi convergir após encontrar duas soluções inteiras na sub-árvore **T**, esta é uma razão pela qual neste algoritmo é considerada uma heurística baseada no *local branching*. A tabela 1 a seguir apresenta um resumo da convergência dos algoritmos propostos:

Tabela 1 – Convergência dos Algoritmos

	ALG-LI <sup>(1)</sup>	ALG-LS-BC <sup>(2)</sup>	ALG-LS-LB
$L_{\text{sup}} (10^3 \$)$	-	32.644,5	32.351,84
$L_{\text{inf}} (10^3 \$)$	31.125,75	32.106,4	-
<i>Gap</i> (%)	-	1,68 <sup>(2)</sup>	3,94 <sup>(1)</sup> / 0,76 <sup>(2)</sup>
<i>Tempo</i>	5 minutos	16 horas	1 hora

O desempenho da heurística baseada no *local branching* é comprovado através do resultado obtido, pois em um tempo computacional 16 vezes menor, foi capaz de encontrar uma solução viável de melhor qualidade em relação a ALG-LS-BC.

#### 4.2 Resultados da Operação

Para ilustrar alguns aspectos da operação do sistema, são apresentados a seguir dois conjuntos de gráficos (figuras 3 e 4). Tomou-se como exemplo a usina termoeletrica que apresentou maiores oscilações de *unit commitment* nas soluções finais dos dois algoritmos. Na figura 3 é apresentada a geração das oito unidades desta usina, ao longo das 24 horas, considerando-se apenas o primeiro cenário de decisão. Nos gráficos pode ser observada a operação definida pelos dois algoritmos propostos, onde a linha tracejada representa a média das gerações das oito unidades.

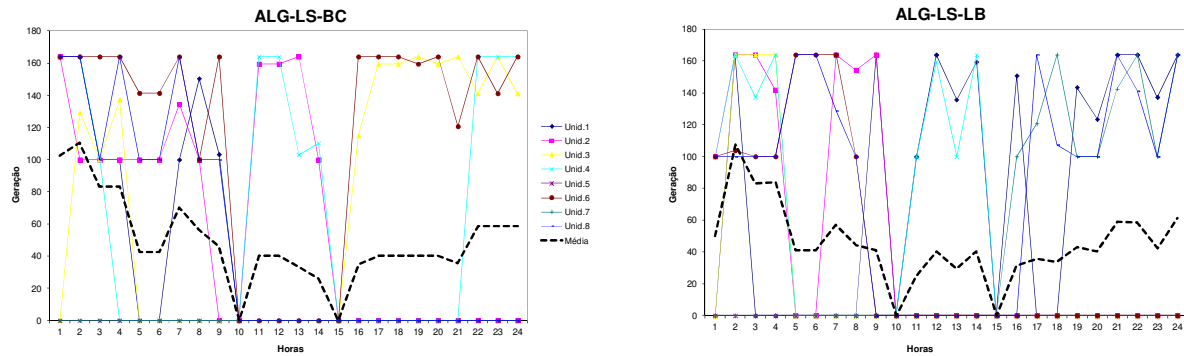


Figura 3 – Operação das Unidades Térmicas no Primeiro Cenário.

Na figura 4, para esta mesma usina termoeletrica, foram escolhidas as unidades 1 e 8 para apresentar a geração das mesmas ao longo das 24 horas, mas considerando-se agora todos os cenários da árvore de decisão. O tempo mínimo que as unidades devem permanecer ligada ou desligada é de 1 hora para a primeira unidade e 8 horas para a oitava unidade.

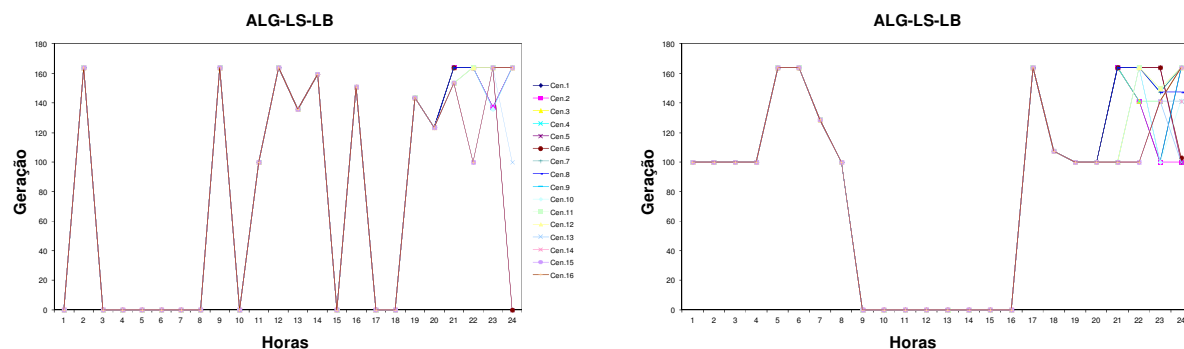


Figura 4 – Operação das Unidades Térmicas 1 e 8 em Todos os Cenários.

#### 5.0 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo propõe uma estratégia alternativa à desenvolvida anteriormente no modelo DESSEM para a consideração do unit commitment das unidades termoeletricas no problema de programação diária da operação, com consideração da rede elétrica. O método proposto consiste em uma formulação como um problema de programação linear inteira mista, com a adoção de um processo iterativo para inserção das restrições de limite de fluxo na rede e na aplicação da técnica de *local branching* para obter soluções inteiras viáveis e de boa qualidade, em um tempo computacional aceitável. Foram apresentados resultados para um sistema puramente termoeletrico, baseado em dados da literatura para as unidades térmicas e na rede de 24 barras do IEEE, e com representação de incertezas na demanda. Os resultados indicam a eficiência da estratégia proposta quando comparada à resolução pelo método usual de Branch-and-Cut com inclusão dinâmica das restrições da rede elétrica. A estratégia proposta será estendida no futuro para o problema de despacho hidrotérmico com rede elétrica DC para o Sistema Interligado Nacional.

## 6.0 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- (1) M.E.P. Maceira, L.A. Terry, F.S. Costa et al. , "Chain of optimization models for setting the energy dispatch and spot price in the Brazilian system", *Proc. Power System Computation Conference - PSCC'02*, Sevilla, Spain, Jun. 2002.
- (2) A. Belloni, A. L. Diniz, M. E. P. Maceira, C. A. Sagastizabal, "Bundle relaxation and primal recovery in unit commitment problems. The Brazilian case", *Annals of Operations Research*, v.120, n. 1-4, pp. 21-44, Apr. 2003.
- (3) A. L. Diniz, "Uma Estratégia de Decomposição por Relaxação Lagrangeana para a Otimização da Programação Diária da Operação de Sistemas Hidrotérmicos com Modelagem Detalhada da Rede Elétrica - Aplicação ao Sistema Brasileiro", Tese de Doutorado, PESC/COPPE/UFRJ, 2007.
- (4) N. P. Padhy. "Unit Commitment - A Bibliographical Survey", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 19, No. 2, pp. 1197-1205, May 2004.
- (5) M.Carrión, J. M. Arroyo. "A Computationally Efficient Mixed-Integer Linear Formulation for the Thermal Unit Commitment Problem", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 21, No. 3, Aug. 2006.
- (6) Aidan Tuohy, Peter Meibom, Eleanor Denny, Mark O'Malley. "Unit Commitment for Systems With Significant Wind Penetration", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 24, No. 2, May 2009.
- (7) Pablo A. Ruiz, C. Russ Philbrick, Peter W. Sauer. "Wind Power Day-Ahead Uncertainty Management through Stochastic Unit Commitment Policies". *Power Systems Conference and Exposition, 2009. PSCE 09. IEEE/PES*.
- (8) José F. Restrepo, Francisco D. Galiana. "Assessing the Yearly Impact of Wind Power Through a New Hybrid Deterministic/Stochastic Unit Commitment". *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 26, No. 1, February 2011.
- (9) C. Li, E. Hsu, A. J. Svoboda, C. Tseng, R. B. Johnson, "Hydro unit commitment in hydro thermal optimization", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 12, n. 2, pp. 764-769, May 1997.
- (10) Md. S. Salam, K. M. Nor, A. R. Hamdam, "Hydrothermal scheduling based lagrangian relaxation approach to hydrothermal coordination", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 13, n. 1, pp. 226-235, Feb. 1998.
- (11) A. Borghetti, A. Frangioni, F. Lacalandra, C. A. Nucci, "Lagrangian heuristics based on disaggregated bundle methods for hydrothermal unit commitment", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 18, n. 1, pp. 313-323, Feb. 2003.
- (12) T. Li, S. M. Shahidehpour, "Price-based unit commitment: a case of lagrangian relaxation versus mixed integer programming", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 20, n. 4, pp. 2015-2025, Nov. 2005.
- (13) Borghetti, A., D'Ambrosio, C., Lodi, A., Martello, S., "An MILP approach for short-term hydro scheduling and unit commitment with head-dependent reservoir ", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 23, n.3, pp. 1115-1124, Aug. 2008.
- (14) A.L. Diniz, M.E.P. Maceira, "A four-dimensional model of hydro generation for the short-term hydrothermal dispatch problem considering head and spillage effects", *IEEE Trans. Power Syst.*, v. 23, n.3, pp. 1298-1308, Aug. 2008.
- (15) T. N. Santos, A. L. Diniz, "A Dynamic Piecewise Linear Model for DC Transmission Losses in Optimal Scheduling Problems", *IEEE Transactions on Power Systems*, v.26, n.2, pp. 508-519, May 2011.
- (16) G.M-Espana, J. M. Latorre, A. Ramos, "Tight and Compact MILP Formulation for the Thermal Unit Commitment Problem", *IEEE Transactions on Power Systems*, v.28, n.4, pp. 4897-4908, Nov. 2013.
- (17) L. Wu, "An Improved Decomposition Framework for Accelerating LSF and BD Based Methods for Network-Constrained UC Problems", *IEEE Transactions on Power Systems*, v.28, n.4, pp. 3977-3986, Nov. 2013
- (18) L. Yang, J. Jian, Y. Zhu, Z. Dong, "Tight Relaxation Method for Unit Commitment Problem Using Reformulation and Lift-and-Project", *IEEE Transactions on Power Systems*, v.30, n.1, pp. 13-23, Jan. 2015
- (19) M.Fischetti, A.Lodi. "Local branching", *Mathematical Programming, Series B*, pp. 23-47, 2003.
- (20) A. J. Monticelli, "Fluxo de cargas em redes de energia elétrica", São Paulo, Edgard Bluthner, 1983.
- (21) T.N. Santos, C.E.V. Boas,, F.P. Mourão, A.L. Diniz, "Restrições de metas semanais na política de operação do sistema elétrico brasileiro", XII SEPOPE - Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning, Rio de Janeiro, May2012
- (22) IEEE Reliability Test System Task Force of Applications of Probability Methods Subcommittee, "IEEE reliability test system-96," *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 14, No. 3, Aug. 1999, pp 1010-1020.



## 9.0 DADOS BIOGRÁFICOS

**Carlos Henrique Medeiros de Sabóia** possui graduação em Engenharia Civil (1999) pela Universidade Federal do Ceará e mestrado (2002) e doutorado (2013) em Otimização pelo Programa de Engenharia de Sistemas e Computação da COPPE/UFRJ. É pesquisador do CEPEL - Centro de Pesquisas de Energia Elétrica do grupo ELETROBRÁS desde 2002, atuando no Departamento de Otimização Energética e Meio Ambiente.

**André Luiz Diniz** possui graduação em Engenharia Civil (1997), mestrado em Engenharia de Transportes (2000) e doutorado em Otimização pelo Programa de Engenharia de Sistemas e Computação (2007), todos pela UFRJ / COPPE. Em 2014 realizou um pós-doutorado no Weierstrass Institute for Applied Analysis and Stochastics . É pesquisador no CEPEL - Centro de Pesquisas de Energia Elétrica, do grupo ELETROBRÁS, e professor adjunto da UERJ - Universidade do Estado do Rio de Janeiro, no departamento de Estatística. Tem grande experiência na área de programação matemática e otimização, especialmente aplicada em problemas de planejamento e operação de Sistemas de Energia Elétrica.