

GRUPO DE ESTUDO DE COMERCIALIZAÇÃO, ECONOMIA E REGULAÇÃO DO MERCADO DE ENERGIA ELÉTRICA - GCR

ALTERNATIVAS PARA A IMPLEMENTAÇÃO DE MERCADOS BASEADOS EM OFERTAS E SUAS CONSEQUÊNCIAS PARA HIDRELÉTRICAS EM CASCATA

**MARCELO MORAES RESENDE(1); GABRIEL CUNHA(1)
PSR SOLUCOES E CONSULTORIA EM ENERGIA LTDA.
(1)**

RESUMO

No contexto atual de modernização do Setor Elétrico Brasileiro, um tema em voga é a possível substituição do modelo atual por um que permita ofertas dos geradores, com o intuito de promover maior eficiência da operação. Este trabalho simula computacionalmente diversos mecanismos de mercado que poderiam ser usados para compatibilizar a operação eficiente de hidrelétricas em cascata com um despacho baseado em ofertas dos agentes, a saber: acordos multilaterais voluntários, sociedades de propósito comum, o mercado atacadista de água e o mecanismo de reservatórios virtuais.

PALAVRAS-CHAVE

Oferta de preços, hidrelétricas em cascata, desenho de mecanismo, programação dinâmica estocástica

1.0 INTRODUÇÃO

O processo de liberalização dos mercados elétricos globais ocorrido a partir da década de 1980 originou dois grandes modelos conceituais para a decisão de despacho. Mercados europeus e estadunidenses adotaram um modelo mais liberalizado, em que cada gerador pode declarar o quanto está disposto a gerar em cada hora do dia e a que preço, através da realização de ofertas (*bids*). Outros mercados, como o brasileiro e o chileno, optaram por centralizar a informação necessária para a decisão de despacho nas mãos do operador (os custos de produção de energia de cada gerador são auditados e validados), que, por sua vez, atua buscando minimizar o custo de produção de energia [1]. A predominância hídrica da matriz elétrica brasileira indubitavelmente foi um fator relevante para a opção no país a favor de um modelo mais centralizado, pela necessidade de coordenar a operação de imensas cascatas com dezenas de hidrelétricas e proprietários.

De fato, uma preocupação conhecida com respeito a mecanismos mais liberalizados é a possibilidade de uma operação ineficiente das hidrelétricas em cascata, devido às externalidades inerentes deste tipo de arranjo. Diversos mecanismos foram propostos para contornar esta dificuldade, compatibilizando a operação eficiente de hidrelétricas em cascata com um despacho baseado em ofertas [2], [3]. Dentre estes estão: a reestruturação das cascatas ao redor de sociedades de propósito comum [2], [3], a introdução de um mercado atacadista de água [4], [5], a negociação de acordos multilaterais voluntários [3] e o mecanismo de reservatórios virtuais [6]–[8]. O objetivo deste trabalho é trazer uma análise sistemática acerca destas opções, apresentando seu funcionamento e demonstrando, através de simulações computacionais de um sistema-exemplo, sua capacidade de resolver o problema das externalidades.

Para isso, este trabalho está organizado do seguinte modo: a seção 2.0 apresenta um breve resumo da teoria da programação dinâmica estocástica, no contexto de otimização da operação de sistemas hidrotérmicos, que é a base para os exercícios computacionais realizados, bem como a estrutura base para o sistema-exemplo que será utilizado e o problema da operação ótima deste sistema. A seção 3.0 descreve o princípio de funcionamento de cada um dos mecanismos supracitados para resolução do problema de externalidade, incluindo sua formulação matemática. A seção 4.0 apresenta os principais resultados das simulações computacionais e a seção 5.0, as conclusões. Este trabalho foi desenvolvido no âmbito do P&D ANEEL PD-00403-0050/2020, "Propostas de metodologias para a formação de preços por oferta no Brasil".

2.0 METODOLOGIA

2.1 O PROBLEMA INTERTEMPORAL E A PROGRAMAÇÃO DINÂMICA ESTOCÁSTICA

O problema de operação hidrelétrica é essencialmente uma questão de decisão intertemporal. Usar água para gerar eletricidade hoje significa que essa água não poderá ser usada amanhã, implicando no acionamento de térmicas mais caras. A operação ótima do sistema, portanto, será aquela que minimiza os custos operativos incorridos ao

longo da vida útil deste sistema. Matematicamente, o custo operativo em um período t pode ser representado como uma função C de um vetor de decisões genéricas x_t tomadas naquele período (por exemplo, decisões de turbinamento, vertimento, geração termelétrica, e outras). De forma simplificada, podemos escrever a seguinte expressão para o problema de otimização da operação, na qual β é um valor entre 0 e 1 que representa a preferência pelo presente (igual a $[1 + r]^{-1}$, em que r é a taxa de desconto) e T é o número de períodos contemplado. Nota-se que as variáveis de decisão x_t devem estar *acopladas no tempo* por restrições de viabilidade – por exemplo, a restrição que estabelece que a decisão de turbinamento não pode superar o volume disponível no reservatório faz com que a operação em t possa depender das decisões tomadas em períodos anteriores.

$$\min_{x_t} \sum_{t=1}^T \beta^t \cdot C(x_t) \quad (1)$$

sujeito a restrições

Vale destacar ainda a natureza estocástica do problema, já que algumas das variáveis a serem consideradas são aleatórias, tais como as afluições em cada período. O princípio de otimalidade de Bellman [9] permite reescrever o problema de operação ótima acima em termos de uma função V_t , também conhecida como *função valor*. A variável independente da função valor é o *vetor de estado* v_t , que carrega toda a informação a respeito do estado do sistema em determinado período t . No caso da operação de um sistema hidrotérmico, v_t corresponde ao volume de água armazenado nos reservatórios do sistema. Ao invés de solucionar um único problema de otimização, que incorpora todos os T períodos do problema, resolvem-se T problemas de otimização, um para cada período. O problema a ser resolvido no período t é o seguinte:

$$V_t(v_t) = \min_{x_t} C(x_t) + \beta \cdot \mathbb{E}[V_{t+1}(v_{t+1})] \quad (2)$$

$$v_{t+1} = \hat{v}(v_t, x_t, a_t)$$

Em que x_t é o vetor de variáveis de decisão, a_t é o conjunto de variáveis aleatórias e v_t é o vetor de estado, todos referentes ao período t . C é a função custo e \hat{v} é uma função que diz qual será o estado do sistema no próximo período $t + 1$, se forem tomadas decisões x_t , e dado que o sistema se encontra no estado v_t e a realização das variáveis aleatórias é a_t .

A expressão (2) **Erro! Fonte de referência não encontrada.** diz essencialmente que, no período t , o operador busca minimizar o custo operativo naquele período – a parcela $C(x_t)$ – mais uma parcela que é o resultado do problema de otimização do período seguinte – o custo futuro $\beta \times \mathbb{E}[V_{t+1}(v_{t+1})]$. Neste sentido, a função valor $V_t(v_t)$ pode ser entendida como o custo mínimo que pode ser alcançado entre o período $t + 1$ e T (descontado ao período t), supondo um estado inicial v_t .

A variável v_t vincula os T problemas de otimização. Resolver o problema do período t implica conhecer o estado inicial v_t , que é resultado da otimização do período $t - 1$, mas também implica em conhecer algo acerca da função valor do problema de otimização do período $t + 1$. Estratégias de solução deste problema estão no cerne das ferramentas computacionais utilizadas por operadores de todo o mundo para a otimização do despacho, incluindo o modelo NEWAVE usado hoje pelo ONS [10], [11].

Nota-se ainda que, embora a função valor do último período V_{T+1} seja igual a zero para todo v_{T+1} (pois não há períodos adicionais ao final do horizonte), à medida que o horizonte de planejamento aumenta é de se esperar que seja atingida a *estabilidade* na função valor. De fato, no limite $T \rightarrow \infty$, tem-se $V_t = V_{t+1}$, de modo que uma única função valor pode ser obtida para representar todo o problema de otimização – e que, por sua vez, pode ser utilizada para determinar a decisão ótima x para cada estado inicial v (considerando todos os períodos futuros) e o *estado estacionário* que deverá ser alcançado para a distribuição de probabilidades de v após um número grande de períodos. Na prática, para todas as simulações apresentadas neste trabalho, a equação (2) **Erro! Fonte de referência não encontrada.** foi solucionada iterativamente até alcançar a convergência representada pela equação (3).

$$V(v) = \min C(x) + \beta \cdot \mathbb{E}[V(\hat{v}(v, x, a))] \quad (3)$$

2.2 SISTEMA EXEMPLO

Ao longo deste texto, consideraremos um sistema elétrico composto por N cascatas idênticas. Cada cascata possui duas centrais hidrelétricas: a central a montante possui um reservatório com capacidade de armazenamento de água igual a \bar{v}_M e uma função de produção $g^M(u)$ – significando que, se forem turbinados u hm³ de água na usina, ela gerará $g^M(u)$ GWh – enquanto a central a jusante é uma hidrelétrica fio d'água, sem capacidade de armazenamento, e com função de produção $g^J(u)$. Portanto, o turbinamento da usina a montante será igual à quantidade de água disponível para a usina a jusante. As usinas hidrelétricas pertencem a proprietários distintos.

Além das $2N$ usinas hidrelétricas que competem entre si, o sistema também conta com um parque térmico, cujo custo de produção é dado por uma função da quantidade de energia gerada por usinas térmicas. Denominaremos essa função $C_{Term}(g^{Term})$ e assumiremos, como é usual na literatura econômica [12], que ela é uma função crescente e convexa. Implicitamente, esta função pode ser obtida a partir de um grande número de térmicas muito pequenas e

com pequena diferenciação de custos entre elas (por exemplo, 1 kW de térmicas a custo 1 \$/MWh, 1 kW de térmicas a custo 2 \$/MWh, e assim por diante).

Por simplicidade, consideraremos que as centrais hidrelétricas têm potência instalada e capacidade de turbinamento suficientemente altas para que não tenhamos de nos preocupar com estas restrições. Tal hipótese simplificadora pode ser facilmente removida e não altera as principais conclusões do artigo, embora facilite o tratamento analítico das equações a seguir e o entendimento do leitor. Similarmente, a representação do sistema composto por N cascatas idênticas visa obter um resultado mais tratável, embora seja possível extrapolar a estratégia de representação para um sistema com múltiplos reservatórios com diferentes características físicas.

2.3 O PROBLEMA DA OPERAÇÃO ÓTIMA DAS CASCATAS

A operação ótima do sistema exemplo descrito acima será aquela que minimiza os custos térmicos incorridos ao longo da vida útil deste sistema. Esta otimização pode ser facilmente escrita no formato da equação (2), notando que: (i) a função de custo a ser minimizada – $C(x_t)$ – deve ser substituída pelo custo térmico $C_{Term}(g^{Term})$; (ii) a geração térmica g^{Term} é simplesmente a diferença entre a demanda e a geração hidrelétrica, pelo balanço entre oferta e demanda; (iii) o estado do sistema é inteiramente caracterizado pelo volume armazenado em cada um dos reservatórios no período t , de modo que estas são as variáveis de estado a serem consideradas. Assim, temos o seguinte problema:

$$V(\{v_{n,t}\}_{n=1}^N) = \min_{u_{n,t}} C_{Term} \left(D - \sum_{n=1}^N [g^M(u_{n,t}) + g^J(u_{n,t})] \right) + \beta \cdot \mathbb{E} [V(\{v_{n,t+1}\}_{n=1}^N)] \quad (4)$$

$$v_{n,t+1} = v_{n,t} - u_{n,t} + a_t \quad (5)$$

Em que $v_{n,t}$ é o volume de água armazenado na hidrelétrica a montante da cascata n , ao início do período t ; $u_{n,t}$ é o turbinamento na cascata n e período t (que é o mesmo tanto para a usina a montante como para a usina a jusante, dado que esta última não possui capacidade de armazenamento); a_t é a afluência (variável aleatória suposta igual para todas as cascatas em cada cenário); e D é a demanda do sistema. As outras variáveis e funções têm os mesmos significados dados anteriormente. Todas as variáveis são positivas – implicando, em particular, que não se pode turbinar mais água que o volume armazenado no reservatório.

Vale observar que o turbinamento $u_{n,t}$ faz o papel da variável de decisão do problema – ou seja, faz o papel do vetor x_t . Uma vez definido o turbinamento de todas as cascatas, a geração hidrelétrica e a termelétrica são definidas de forma única. A única variável aleatória sendo considerada é a afluência a_t . A equação (5) faz o papel da função \hat{v} e é simplesmente o balanço hídrico das hidrelétricas a montante: o aumento no volume armazenado entre dois períodos subsequentes equivale ao montante de água que chega por afluência, menos o montante de água turbinado.

O problema de otimização (4) pode ser visto como aquele que seria resolvido por um operador central, conhecedor de todos os custos do sistema – como seria hoje o ONS. Quanto maior a geração hidrelétrica no período t , menor será o custo térmico imediato – $C_{Term}(D - \sum_{n=1}^N [g^M(u_{n,t}) + g^J(u_{n,t})])$ –, mas menos água sobrar nos reservatórios ao fim do período (menor $v_{n,t+1}$) e, portanto, maior o custo térmico nos períodos seguintes. Por este motivo, a parcela $\beta \times \mathbb{E}[V(\{v_{n,t+1}\}_{n=1}^N)]$ é também conhecida como o custo futuro (ou custo de oportunidade) da água.

Como todas as cascatas são idênticas – inclusive recebendo as mesmas afluições – é natural assumir que a operação delas será idêntica. Isto é, o turbinamento será o mesmo em todas as hidrelétricas do sistema. Essa condição de simetria pode ser utilizada em (4) para reduzir o número de variáveis do problema.

3.0 MECANISMOS PARA TRATAR RESERVATÓRIOS EM UM MODELO DE OFERTAS

3.1 LIBERALIZAÇÃO SIMPLES

Na forma mais simples de um mecanismo de despacho por ofertas, todos os agentes hidrelétricos do sistema simplesmente informam ao operador o preço que cobram pela energia de cada uma de suas usinas e o quanto de energia estão disponibilizando ao mercado. O operador, então, minimiza os custos da operação simplesmente seguindo a ordem de mérito das ofertas e estabelece o preço a ser pago pela energia – igual ao custo marginal de operação do sistema. Não se prevê nenhum tratamento especial para as cascatas.

No sistema exemplo, assumiremos que as térmicas não possuem nenhum poder de mercado, de modo que declararão um preço equivalente ao seu custo. Também assumiremos que todas as hidrelétricas ofertarão quantidades fixas, a preço zero – o que equivale à hipótese de estratégias de Cournot [12]. Desse modo, o problema de otimização do operador é trivial: dado que as hidrelétricas ofertam a preço zero, o operador utilizará toda a energia ofertada por elas e o que faltar para atender a demanda será gerado com térmicas. Portanto, o custo térmico será simplesmente $C(\{g_n^M, g_n^J\}_{n=1}^N, D) = C_{Term}(D - \sum_{n=1}^N [g_n^M + g_n^J])$, em que g_n^M e g_n^J são as quantidades ofertadas pelas hidrelétricas a montante e a jusante, respectivamente, da cascata n . O preço marginal da energia (π^E) será definido pelo operador como a derivada desta função em relação à demanda:

$$\pi^E = \frac{\partial C}{\partial D} = C'_{Term}(D - \sum_{n=1}^N [g_n^M + g_n^J]) \quad (6)$$

O proprietário da usina a montante na cascata n , buscará otimizar suas ofertas g_n^M , de modo a maximizar seus lucros. Logicamente, esta maximização deve ser feita considerando a questão intertemporal, uma vez que a quantidade ofertada em um período afetará a quantidade que pode ser ofertada nos períodos seguintes. O problema de otimização da oferta do agente também pode ser escrito através de equações de Bellman. Utilizamos as variáveis \tilde{v}_t e \tilde{u}_t representando, respectivamente, o volume de água armazenado e o turbinamento nas outras $N - 1$ cascatas do sistema. Usamos a condição de simetria explicada anteriormente para reduzir o número de variáveis de estado do problema: todas as cascatas terão volume \tilde{v}_t e turbinamento \tilde{u}_t , de modo que precisamos somente de duas variáveis de estado.

$$V^{LibS}(v_{n,t}, \tilde{v}_t) = \max_{u_{n,t}} R^{LibSimples}(u_{n,t}, \tilde{u}_t) + \beta \times \mathbb{E}[V^{LibS}(v_{n,t} - u_{n,t} + a_t, \tilde{v}_t - \tilde{u}_t + a_t)] \quad (7)$$

$$R^{LibSimples}(u_{n,t}, \tilde{u}_t) = g^M(u_{n,t}) \times C'_{Term}(D - g_t^{hidro}) \quad (8)$$

$$g_t^{hidro} = g^M(u_{n,t}) + g^J(u_{n,t}) + (N - 1) \times [g^M(\tilde{u}_t) + g^J(\tilde{u}_t)] \quad (9)$$

A equação (7) diz que o objetivo do agente a montante é otimizar a sua receita $R^{LibSimples}$ no período, mais o valor esperado das receitas futuras. Segundo a equação (8), a receita em um período é o produto da geração – função da decisão de turbinamento u_n – pelo preço, dado pela equação (6). A equação (9) é simplesmente a expressão da geração hidrelétrica total do sistema: a soma da geração da cascata n com a geração das $N - 1$ outras cascatas. A decisão de turbinamento do agente influencia o preço do mercado: se o turbinamento aumentar, menos térmicas terão de ser acionadas, reduzindo o preço – o valor de $C'_{Term}(D - g^{hidro})$ –, dado que C_{Term} é convexa.

A equação (9) também expressa o fato de que o agente proprietário da hidrelétrica a jusante (na cascata n) não tem, em verdade, poder para influenciar sua própria geração. Ofertará uma quantidade de energia dada por $g^J(u_n)$. Ou seja, todo o volume de água turbinado pela usina a montante – que é inteiramente decisão da própria usina a montante – chegará na usina a jusante, que a usará para gerar ainda mais energia.

Existem duas falhas de mercado que podem surgir deste modelo de liberalização simples. O primeiro é o poder de mercado. As equações (8) e (9) mostram que o agente pode reduzir a quantidade de energia ofertada de modo a aumentar o preço da energia. É esperado, portanto que a geração hidrelétrica resultante seja inferior ao ótimo – ou seja, inferior à geração que seria obtida como resultado do problema (4). No entanto, quanto maior o valor de N , menor será o impacto da decisão de um agente na geração hidrelétrica total – o que pode ser visto em (9) – e, consequentemente, no preço. Portanto, o problema de poder de mercado pode ser resolvido com um número grande de agentes/cascatas.

A segunda falha de mercado é a externalidade entre as duas usinas de uma mesma cascata. O turbinamento do agente a montante traz um benefício duplo para o sistema: além da geração da própria usina, a água turbinada também é usada para gerar a jusante. No entanto, ao resolver a otimização (7), o agente a montante não observa esse duplo benefício. Pelo contrário, a geração na usina a jusante não é refletida na receita da usina a montante – como se vê na equação (8). Essa externalidade pode levar o agente a montante escolher uma quantidade turbinada subótima do ponto de vista da cascata como um todo.

3.2 SOCIEDADES DE PROPÓSITO COMUM

Nesta alternativa, os proprietários das hidrelétricas em cada cascata tornam-se “sócios” e dividem entre si os direitos e responsabilidades relativos à submissão de ofertas e operação das mesmas. Em outras palavras, as centrais a montante e a jusante realizarão uma oferta única ao operador do sistema (denominaremos o montante ofertado $g_{n,t}$) e decidirão por conta própria como repartir essa geração entre as usinas. No sistema exemplo, essa repartição é trivial, dado que a usina a jusante é a fio d'água – ou seja, a geração da usina a jusante é unicamente determinada pela geração da usina a montante, e igual a $g^J(u_n)$. A sociedade responsável pela cascata n escolherá otimizar $g_{n,t}$ (a geração total na cascata) de modo a maximizar o lucro:

$$V^{SPC}(v_{n,t}, \tilde{v}_t) = \max_{u_{n,t}} R^{SPC}(u_{n,t}, \tilde{u}_t) + \beta \times \mathbb{E}[V^{SPC}(v_{n,t} - u_{n,t} + a_t, \tilde{v}_t - \tilde{u}_t + a_t)] \quad (10)$$

$$R^{SPC}(u_{n,t}, \tilde{u}_t) = [g^M(u_{n,t}) + g^J(u_{n,t})] \times C'_{Term}(D - g_t^{hidro}) \quad (11)$$

$$g_t^{hidro} = g^M(u_{n,t}) + g^J(u_{n,t}) + (N - 1) \times [g^M(\tilde{u}_t) + g^J(\tilde{u}_t)] \quad (12)$$

A diferença deste problema com relação ao enunciado na seção 3.1 está na equação (11). Agora a sociedade reconhece que turbinar um hectômetro adicional de água na usina a montante lhe permite gerar e vender energia também na usina a jusante, lhe trazendo uma receita adicional – que no problema anterior era entregue integralmente para o agente a jusante e, portanto, não era internalizada pelo agente a montante no momento de tomar sua decisão.

Por este motivo, sociedades de propósito comum conseguem resolver o problema de externalidade existente na operação de cascatas. Se o mercado for competitivo (ou seja, se o número de cascatas N tender a infinito), então a solução deste problema de otimização deve ser idêntica à do problema do planejador central (seção 2.3).

Cabe observar que o problema de otimização seria exatamente o mesmo se, ao invés de uma sociedade entre as usinas da cascata, ocorressem fusões ou aquisições entre elas. Em muitos mercados internacionais que funcionam por ofertas, as hidrelétricas de cada cascata (ou a grande parte delas) pertencem à mesma empresa, de modo que estes mercados se aproximam deste tipo de solução. No caso do Brasil, em que as cascatas possuem muitas hidrelétricas, sob comando de diferentes agentes, implementar o mecanismo de sociedades de propósito comum implicaria em estruturar consórcios de empresas, com regras claras para a repartição de lucros e responsabilidades. Pode-se pensar em um consórcio por cascata ou em agregar diferentes cascatas em um mesmo consórcio [3].

3.3 MERCADO ATACADISTA DE ÁGUA

Segundo a teoria econômica, externalidades surgem essencialmente pela ausência de um mercado para algum bem. Portanto, uma das formas de resolvê-las é através da criação deste mercado, tal como ocorre, por exemplo, com mercados de carbono [13]. No caso da externalidade da operação de cascatas, o mercado ausente é o mercado de água. A água turbinada pela usina a montante pode ser vista como um subproduto de sua operação, pelo qual a usina a jusante estaria disposta a pagar um valor positivo. Se este pagamento ocorrer, o agente a montante internalizará em sua tomada de decisão o benefício do turbinamento para a usina a jusante.

Em um mercado atacadista de água, se estabelece um mercado dentro de cada cascata no qual as hidrelétricas a jusante remuneram as hidrelétricas a montante pela água turbinada (ou vertida). Chamaremos o preço a ser pago pela água, na cascata n e período t , de $\pi_{n,t}^{MAA}$. Segundo a teoria marginalista, este preço deve ser igual à redução marginal do custo do sistema causada pelo turbinamento de água na usina a jusante – ou seja, o agente a montante deve perceber em sua tomada de decisão o benefício marginal da geração da usina a jusante. Matematicamente:

$$\pi_{n,t}^{MAA}(u_{n,t}) = -\frac{\partial C_{Term}}{\partial g^J} \times \frac{dg^J}{du_{n,t}} = C'_{Term} \left(D - \sum_{n=1}^N [g_n^M + g_n^J] \right) \times \frac{dg^J}{du_{n,t}}(u_{n,t}) \quad (13)$$

Vale notar que o preço do mercado atacadista de água é uma função da água turbinada. Em geral, quanto mais água for turbinada, menor será o preço da água – dado que o benefício marginal de um hm3 a mais de turbinamento será menor – o que segue a lógica usual da lei de oferta e demanda. O agente a jusante terá um lucro dado por:

$$R_{n,t}^{J,MAA} = g^J(u_{n,t}) \times \pi_t^E - u_{n,t} \times \pi_{n,t}^{MAA} \quad (14)$$

A fórmula diz simplesmente que o agente vende energia a um preço π_t^E – dado pela equação (6) – e compra $u_{n,t}$ hectômetros cúbicos de água a um preço $\pi_{n,t}^{MAA}$. Analogamente, a maximização de lucro pelo agente a montante da cascata n passa a incluir um termo correspondente à venda da água turbinada (ver equação (16)):

$$V^{MAA}(v_{n,t}, \tilde{v}_t) = \max_{u_{n,t}} R^{M,MAA}(u_{n,t}, \tilde{u}_t) + \beta \times \mathbb{E}[V^{MAA}(v_{n,t} - u_{n,t} + a_t, \tilde{v}_t - \tilde{u}_t + a_t)] \quad (15)$$

$$R^{M,MAA}(u_{n,t}, \tilde{u}_t) = g^M(u_{n,t}) \times C'_{Term}(D - g_t^{hidro}) + u_{n,t} \times \pi_{n,t}^{MAA}(u_{n,t}) \quad (16)$$

$$g_t^{hidro} = g^M(u_{n,t}) + g^J(u_{n,t}) + (N-1) \times [g^M(\tilde{u}_t) + g^J(\tilde{u}_t)] \quad (17)$$

Para resolver este problema, deve-se substituir $\pi_{n,t}^{MAA}(u_{n,t})$ na equação (16) por sua expressão, dada em (13). Percebe-se, portanto, que, se este for o preço da água, o agente a montante internaliza em sua função objetivo o benefício marginal proveniente da geração da usina a jusante, o que resulta na operação ótima das cascatas – desde que haja um número suficientemente alto de cascatas para que não haja nenhum poder de mercado.

3.4 ACORDO BILATERAL VOLUNTÁRIO

Tomemos inicialmente uma regra de mercado correspondente à liberalização simples, em que cada usina faz uma oferta por si só e não é dado nenhum tratamento especial para as hidrelétricas em cascata. Uma solução natural é dada pelo problema de otimização da seção 3.1, que resulta em um lucro para o agente a montante de $L^{M,LibS}$, e de $L^{J,LibS}$ para o agente a jusante. No entanto, se eles pudessem coordenar suas ofertas, tomando uma decisão conjunta e de comum acordo para a cascata como um todo, seria possível atingir um lucro total igual ao que seria obtido na solução de sociedade de propósito comum (seção 3.2), que denominamos L^{SPC} .

Como geralmente $L^{SPC} > L^{M,LibS} + L^{J,LibS}$, o proprietário da usina a jusante tem incentivo para voluntariamente procurar o proprietário da usina a montante (ou o contrário) e negociar um acordo deste tipo, repartindo o lucro L^{SPC} entre si. Seja α_M a fração de L^{SPC} que se destina ao agente a montante. Conquanto $\alpha_M \times L^{SPC} > L^{M,LibS}$ e $(1 - \alpha_M) \times L^{SPC} > L^{J,LibS}$, o contrato é benéfico para ambas as partes e os agentes terão incentivos econômicos a chegar a um acordo. A parcela do lucro que ficará para cada agente – o valor de α_M – dependerá do poder de negociação de cada agente.

Outro acordo que poderia ser estabelecido de maneira voluntária entre ambos os agentes seria uma negociação instantânea a instantânea: no lugar de haver um comum acordo de longo prazo para a operação conjunta da cascata, os agentes entram em um novo acordo a cada novo período quando se deparam com as afluências disponíveis. Nota-se que o equilíbrio “natural” para uma negociação de curto prazo como esta é que o agente a jusante se comprometa a pagar ao agente a montante uma quantia $\pi^{Bilateral}$ por cada hectômetro cúbico de água disponibilizado, assim

criando o incentivo para que o agente a montante tome a decisão que beneficia a cascata. Apesar de não haver sido formalmente institucionalizado um mercado atacadista de água, nota-se que este preço de equilíbrio $\pi^{Bilateral}$ seria idêntico ao definido na equação (13) da seção 3.3. Novamente, o contrato seria benéfico para as duas partes.

A teoria econômica clássica afirma que, desde que não haja custos de transação (obstáculos a livre negociação dos agentes), não seria necessário implementar nenhum mecanismo adicional nas regras de mercado para tratar das cascatas. Os agentes entrariam em acordos voluntários entre si, movidos pelo interesse próprio, de modo a coordenar suas ofertas e conduzir à operação ótima das cascatas (se não houver poder de mercado). Este é um corolário do conhecido Teorema de Coase [14]. Há algumas experiências internacionais neste sentido. Por exemplo, as duas maiores empresas geradoras da Colômbia negociam bilateralmente para otimizar a operação da cascata Guatapé-Playas [3]. No Brasil, entretanto, dado o grande número de agentes por cascata, é questionável se a hipótese de custos de transação nulos – e, portanto, o Teorema de Coase – é aplicável.

3.5 RESERVATÓRIOS VIRTUAIS

No mecanismo de reservatórios virtuais, concedem-se a cada agente “créditos” sobre a energia total armazenada nos reservatórios do sistema. Os detentores de créditos podem então realizar ofertas de venda destes créditos – isto é, declarar a quantidade de créditos que estão dispostos a vender, e a que preço. No sistema exemplo, isso significa que o volume de água físico armazenado na cascata n , no período t ($v_{n,t}$, em hm3), será convertido em unidades de energia (que denominaremos $r_{n,t}$, em GWh) através de um fator de conversão linear $r_{n,t} = \rho^* \times v_{n,t}$. A variável $r_{n,t}$ é a quantidade de créditos de reservatório virtual disponíveis, que, intuitivamente, equivale ao potencial de geração elétrica existente na cascata n e período t – quantos GWh de energia podem ser gerados, dado um volume armazenado $v_{n,t}$ (em hm3). Uma parcela $r_{n,t}^M$ destes créditos estará em posse do agente a montante e uma outra parcela, $r_{n,t}^J$, pertencerá ao agente a jusante.

Se as funções $g^M(u)$ e $g^J(u)$ fossem lineares – ou seja, no formato $g^M(u) = \rho^M \times u$ e $g^J(u) = \rho^J \times u$ – o cálculo de ρ^* seria trivial: dado um volume armazenado $v_{n,t}$, seria possível gerar $\rho^* \times v_{n,t} = (\rho^M + \rho^J) \times v_{n,t}$. No caso não linear, este cálculo é mais complexo, dado que o montante de energia gerado dependerá de como o volume $v_{n,t}$ será usado ao longo do tempo. Por exemplo, se o volume for usado todo em um único período, a energia gerada será de $g^M(v) + g^J(v)$, mas se o volume for distribuído uniformemente ao longo dos T períodos, serão gerados, ao todo, $[g^M(v/T) + g^J(v/T)] \times T$ GWh. A não linearidade implica que estes montantes, em geral, não serão iguais. Para uma discussão mais profunda sobre o tema, o leitor é referenciado a [7]. Assumiremos aqui que ρ^* será o coeficiente de produção atingido em algum ponto representativo u^* da curva de produção $\rho^* = (g^M)'(u^*) + (g^J)'(u^*)$.

O agente a montante oferece uma quantidade de créditos de reservatório virtual de $b_{n,t}^M \leq r_{n,t}^M$ e o agente a jusante uma quantidade $b_{n,t}^J \leq r_{n,t}^J$. A partir da apresentação destas ofertas, caberá ao operador otimizar a operação da cascata, levando em consideração todas as restrições físicas das usinas, e respeitando a restrição – equação (19) – de que ele não pode usar mais créditos de reservatório virtual do que o montante que foi ofertado pelos agentes:

$$C(\{b_{n,t}^M, b_{n,t}^J\}_{n=1}^N, D) = \min_{u_{n,t}} C_{Term} \left(D - \sum_{n=1}^N [g^M(u_{n,t}) + g^J(u_{n,t})] \right) \quad (18)$$

$$g^M(u_{n,t}) + g^J(u_{n,t}) \leq b_{n,t}^M + b_{n,t}^J \quad (19)$$

O problema de externalidade é resolvido, portanto, de forma centralizada: é deixado a cargo do próprio operador repartir a quantidade de reservatórios virtuais ofertada entre as usinas da cascata. No entanto, a quantidade total de água a ser utilizada será uma decisão dos próprios agentes, ao realizar suas ofertas.

Assumindo que a quantidade total de créditos ofertada é inferior à demanda, não há qualquer motivo para que o operador não utilize todo o montante ofertado. Portanto, a solução do problema acima é dada simplesmente por: $C(\{b_{n,t}^M, b_{n,t}^J\}_{n=1}^N, D) = C_{Term}(D - \sum_{n=1}^N [b_{n,t}^M + b_{n,t}^J])$. O preço ao qual os créditos de reservatório virtual serão vendidos pelos ofertantes é dado pela derivada desta expressão com respeito a $b_{n,t} = b_{n,t}^M + b_{n,t}^J$, equivalendo ao benefício marginal da oferta de reservatórios virtuais:

$$\pi_{n,t}^{RV} = \frac{\partial C}{\partial b_{n,t}} = C'_{Term} \left(D - \sum_{n=1}^N [b_{n,t}^M + b_{n,t}^J] \right) \quad (20)$$

Dadas as ofertas dos demais agentes (em particular, do agente a jusante), o agente a montante buscará otimizar suas ofertas ($b_{n,t}^M$), de modo a maximizar as receitas com as vendas de reservatório virtual. O problema de otimização a ser resolvido é mostrado nas equações (21) a (27). Usa-se novamente a condição de simetria entre as cascatas: maximiza-se a receita do agente, dado que os proprietários de todas as usinas a jusante têm \tilde{r}_t^J créditos de reservatório virtual e ofertam \tilde{b}_t^J e os proprietários de todas as usinas a montante (exceto na cascata n , cuja oferta queremos otimizar) têm \tilde{r}_t^M créditos e ofertam \tilde{b}_t^M .

$$V^{RV.M}(r_{n,t}^M, \tilde{r}_t^M, \tilde{r}_t^J) = \max_{b_{n,t}^M} R^{RV.M}(b_{n,t}^M, \tilde{b}_t^M, \tilde{b}_t^J) + \beta \times \mathbb{E}[V^{RV.M}(r_{n,t+1}^M, \tilde{r}_{t+1}^M, \tilde{r}_{t+1}^J)] \quad (21)$$

$$R^{RV.M}(b_{n,t}^M, \tilde{b}_t^M, \tilde{b}_t^J) = b_{n,t}^M \times C_{Term}'(D - g_t^{hidro}) \quad (22)$$

$$g_t^{hidro} = b_{n,t}^M + (N - 1) \times \tilde{b}_t^M + N \times \tilde{b}_t^J \quad (23)$$

$$r_{n,t+1}^M = r_{n,t}^M - \rho^* \times \phi^{-1}(b_{n,t}^M) + \gamma_M \times \rho^* \times a_t \quad (24)$$

$$\tilde{r}_{t+1}^M = \tilde{r}_t^M - \rho^* \times \phi^{-1}(\tilde{b}_t^M) + \gamma_M \times \rho^* \times a_t \quad (25)$$

$$\tilde{r}_{t+1}^J = \tilde{r}_t^J - \rho^* \times \phi^{-1}(\tilde{b}_t^J) + (1 - \gamma_M) \times \rho^* \times a_t \quad (26)$$

$$\phi(x) = g^J(x) + g^M(x) \quad (27)$$

A equação (22) define a receita do agente como sendo a quantidade de créditos de reservatório virtual vendida pelo agente ($b_{n,t}^M$), multiplicada pelo preço desses créditos, como calculado na equação (20). Esse preço depende da geração hidrelétrica total no período, que será igual ao montante de créditos ofertados, como mostra a equação (23). As restrições (24) a (26) guardam alguma semelhança com as restrições físicas de balanço hídrico – de fato, se as três igualdades valem, é fácil verificar que o balanço físico de água nos reservatórios está garantido. Elas são um balanço de reservatórios virtuais: cada agente tem um montante inicial de créditos no período t dado por $r_{n,t}^M$ (ou \tilde{r}_t^M ou \tilde{r}_t^J). A venda de $b_{n,t}^M$ (ou \tilde{b}_t^M ou \tilde{b}_t^J) créditos leva a um turbinamento de água dado por $\phi^{-1}(b_{n,t}^M)$ – que implica em uma redução no montante disponível de créditos de reservatório virtual de ρ^* multiplicado por este turbinamento. Adicionalmente, a afluência que chega no período será também convertida em créditos de reservatório virtual (usando o fator de conversão ρ^* , explicado previamente) e será repartida entre os dois agentes da cascata: o agente a montante fica com uma fração γ_M da afluência e o agente a jusante, com $(1 - \gamma_M)$.

O agente a jusante possui um problema de otimização análogo, e de estrutura muito similar. Otimiza sua oferta $b_{n,t}^J$, dadas as ofertas dos outros agentes (\tilde{b}_t^M e \tilde{b}_t^J).

4.0 RESULTADOS

4.1 OPERAÇÃO ÓTIMA DO PLANEJADOR CENTRAL

Para este exercício, adotamos as seguintes premissas para os parâmetros que compõem o sistema exemplo apresentado na seção 2.2:

- A função de produção da usina a montante é simplesmente a função de produção linear: $g^M(u) = u$, usando a mesma convenção de unidades já apresentada (turbinamento em hm^3 e geração em GWh).
- Para a usina a jusante, representamos uma função de produção com retornos decrescentes (isto é, quanto maior o turbinamento, menor o fator de produção): $g^J(u) = 2 \cdot \sqrt{u}$.
- A função custo operativo em R\$ milhões segue uma dependência com a quarta potência da geração térmica em GWh: $C_{Term}(g) = \frac{1}{4} g^4$.
- A demanda de energia é igual a 3 GWh a cada período.

Nota-se que, combinando as definições acima, a função que determina o custo operativo imediato em função da decisão de turbinamento em determinado período é a função $C(u)$ apresentada na equação (28). Nota-se ainda que $C(1)$ é igual a zero (ou seja, um turbinamento de 1 hm^3 é suficiente para atender a toda a demanda do sistema sem o acionamento de termelétricas).

$$C(u) = C_{Term}(D - g^M(u) - g^J(u)) = \frac{1}{4} (3 - u - 2\sqrt{u})^4 \quad (28)$$

Admitimos ainda que as afluências a cada período podem ser representadas por uma distribuição de probabilidades uniforme no intervalo entre 0 e 0.5 hm^3 . Visto que a função custo é convexa em u , nota-se que a estratégia que minimizaria o custo operativo no longo prazo seria distribuir a afluência disponível entre os períodos o melhor possível – no limite, caso o operador conseguisse operar os reservatórios de forma a absorver toda a variabilidade das afluências, sempre escolhendo gerar com 0.25 hm^3 em todos os períodos, seria possível alcançar o custo mínimo de R\$ 2.345 milhões por período.

Entretanto, há dois efeitos que fazem com que este custo mínimo não seja alcançado na prática. O primeiro, de magnitude relativamente pequena, corresponde ao parâmetro de preferência pelo presente β . Neste estudo de caso, utilizaremos $\beta = 0.99$, próximo o suficiente de 1 para que o efeito prático seja pequeno. Para valores menores de β , este efeito pode ser maior: no limite, com $\beta = 0$, o operador sempre escolhe usar toda a água disponível a cada período, nunca guardando nenhuma parte da afluência para o período seguinte – o custo operativo esperado desta estratégia com $\beta = 0$ corresponde a R\$ 7.876 milhões. Já o segundo efeito corresponde ao fato de que o reservatório hidrelétrico possui uma capacidade de armazenamento *finita*: isto significa que a capacidade do agente em transferir água de um período a outro é limitada, e, portanto, não é possível garantir, mesmo com $\beta = 1$, que o operador será capaz de manter uma operação constante em todos os períodos.

De fato, aplicando a metodologia descrita na seção 2.3 para determinar a operação ótima da cascata em uma situação em que o armazenamento máximo é igual a 1 hm^3 , chega-se a um estado estacionário em que o custo

esperado é igual a R\$ 2.537 milhões. Este equilíbrio corresponde a uma distribuição de probabilidades relativamente suave, com um armazenamento mediano de 60% e uma probabilidade de vertimento de 3,5%.

4.2 EQUILÍBRIO DE MERCADO EM OLIGOPÓLIO

Uma das formas mais eficazes de se comparar os diferentes mecanismos detalhados na seção 3.0 é comparar os resultados das estratégias ótimas dos agentes participantes do mercado sob cada uma das representações e em situações envolvendo um pequeno número de cascatas competidoras. A Figura 1 abaixo ilustra os resultados de “monopólio” (1 única cascata competidora) e de “duopólio” (2 cascatas), contrastando as estratégias ótimas dos agentes maximizadores de lucro com a estratégia do planejador central. Nota-se que a estratégia ótima do planejador central representa um limite inferior para o custo operativo em todas as estratégias avaliadas, já que o número pequeno de competidores implica em um custo social devido ao poder de mercado dos agentes [12].

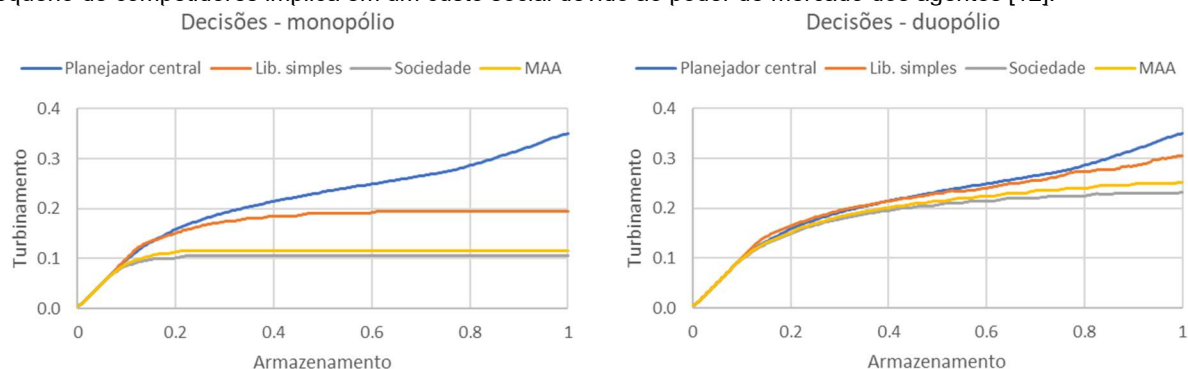


Figura 1 – Decisões de turbinamento (hm^3) em função do volume armazenado (hm^3), em oligopólio

Nos dois cenários apresentados (monopólio e duopólio), curiosamente a liberalização simples foi a que mais se aproximou das decisões ótimas do cenário operado pelo planejador central: os custos por período no estado estacionário foram apenas R\$ 0.893 e R\$ 0.013 milhões superiores ao “melhor caso” dado pela operação guiada pelo planejador central, enquanto no caso da sociedade de propósito comum os sobrecustos foram de R\$ 3.835 e R\$ 0.313 milhões e no caso do mercado atacadista de água, R\$ 3.319 e R\$ 0.155 milhões. Isto não é tão surpreendente, visto que nestes dois últimos cenários a incorporação de resultados do agente a jusante sobre o lucro do agente a montante efetivamente ampliam o poder de mercado deste agente. No caso de uma redistribuição dos direitos de propriedade em uma mesma cascata (*slicing*), por exemplo, uma situação de *duopólio* no caso da liberalização simples seria efetivamente substituída por um *monopólio* do cenário de sociedades de propósito comum [3].

4.3 EQUILÍBRIO DE MERCADO COMPETITIVO

À medida que o número de agentes participantes do mercado aumenta, entretanto, os resultados se assemelham ao apresentado na Figura 2. Em primeiro lugar, destaca-se a inclusão dos resultados de equilíbrio de mercado de reservatório virtual, que haviam sido omitidos da figura 1. Para três das quatro modalidades de competição analisadas, as decisões resultantes de um mercado com um número muito grande de agentes foram virtualmente idênticas às decisões tomadas por um planejador central – assim corroborando a tese de que as externalidades das cascatas podem de fato ser eliminadas por meio dos mecanismos apresentados nas seções 3.2, 3.3, e 3.4.

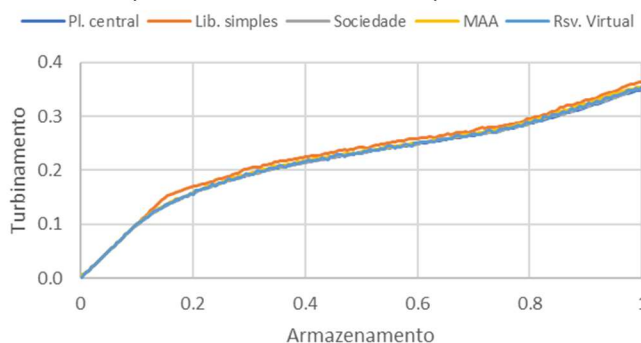


Figura 2 – Decisões de turbinamento (hm^3) em função do volume armazenado (hm^3) em competição perfeita

A exceção, evidentemente, é o cenário de liberalização simples, que mesmo para um número de ofertantes muito elevado não converge exatamente para a estratégia do planejador central – corroborando assim a tese de que as externalidades associadas à operação das cascatas podem levar a um custo social caso não sejam introduzidos mecanismos particulares para lidar com esses desafios e caso os agentes privados não sejam capazes de negociar arranjos comerciais entre si (como visto na seção 3.4). Embora a diferença seja relativamente pequena, ela é

inegável: o sobrecurso operativo no cenário de liberalização simples aproximando a competição perfeita foi de R\$ 0.017 milhões, valor uma ordem de grandeza superior do que as discrepâncias encontradas nos outros três cenários.

Evidentemente, diferentes parâmetros e configurações para o sistema exemplo poderiam levar a um custo social maior ou menor para a externalidade no caso da liberalização simples. Em particular, vale destacar que (i) uma curva de produção não linear para a usina a jusante tende a aumentar a externalidade, e (ii) a existência de um reservatório a jusante tende a aumentar a externalidade.

5.0 CONCLUSÃO

Este trabalho buscou demonstrar quantitativamente que a adoção de um modelo por ofertas sem um mecanismo adequado para o tratamento de cascatas (o que denominamos “liberalização simples”) pode levar a uma operação subótima do sistema, mesmo em mercados com grande quantidade de agentes competindo. Ainda que este problema possa ser minimizado por meio de acordos multilaterais voluntários, sem a necessidade de alterações profundas no desenho de mercado, os custos de transação podem inviabilizar este tipo de solução em mercados com muitos agentes atuando em cada cascata, como o brasileiro.

Simularam-se computacionalmente diversas opções para solucionar este problema, a saber: sociedades de propósito comum, o mercado atacadista de água e os reservatórios virtuais. Em todas as simulações realizadas, os mecanismos supracitados conseguiram resolver o problema de externalidade das cascatas, levando à operação ótima do sistema hidrotérmico, quando o número de agentes era suficientemente grande. A conclusão é que as externalidades existentes nas cascatas não constituem, a princípio, empecilho à adoção de um modelo de despacho e formação de preços mais descentralizado, podendo ser contornadas por um desenho de mecanismo adequado. Ainda assim, mecanismos adicionais de mitigação de poder de mercado podem ser desejáveis caso haja pouca competitividade, o que pode afastar consideravelmente a operação do ótimo social. Explorações acerca desses mecanismos são um importante trabalho futuro. Este tipo de pesquisa é fundamental para embasar a discussão sobre uma possível migração do mercado brasileiro para um modelo baseado em ofertas, um tema que vem recebendo bastante atenção ultimamente [15].

6.0 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] F. D. Munoz, S. Wogrin, S. S. Oren, and B. F. Hobbs, “Economic inefficiencies of cost-based electricity market designs,” *Energy J.*, vol. 39, no. 3, pp. 51–68, 2018, doi: 10.5547/01956574.39.3.fmun.
- [2] L. A. Barroso, S. Granville, M. V. Pereira, E. G. Read, and P. Jackson, “Virtual Models for Reservoir Management in Competitive Markets,” em *3rd conference on hydroscheduling in competitive Markets*, 2012, pp. 1–11.
- [3] PSR, “Propostas de metodologias para a formação de preços por oferta no Brasil. Entregável 1: Avaliação conceitual e estratégias de desenho,” 2021. [Online]. Disponível em: <https://www.precoporoferta.com.br/>.
- [4] P. Lino, L. A. N. Barroso, M. V. F. Pereira, R. Kelman, and M. H. C. Fampa, “Bid-Based Dispatch of Hydrothermal Systems in Competitive Markets,” *Ann. Oper. Res.*, vol. 120, no. 1–4, pp. 81–97, 2003, doi: 10.1023/A:1023322328294.
- [5] P. R. Lino, “Esquemas competitivos em sistemas hidrotérmicos: Operação descentralizada de sistemas hidrotérmicos em ambiente de mercado,” 2001.
- [6] Comitê de Revitalização, “Comitê de revitalização do modelo do setor elétrico: Relatórios de Progresso,” 2002.
- [7] PSR, “Propostas de metodologias para a formação de preços por oferta no Brasil. Entregável 3: Proposta de desenho de mecanismo conceitual,” 2021. [Online]. Disponível em: <https://www.precoporoferta.com.br/>.
- [8] F. Nazaré, G. Cunha, and J. P. Bastos, “Uma metodologia para ofertas de preços no Setor Elétrico Brasileiro: Avaliação e impactos,” em *XXV Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*, 2019, doi: 10.1017/CBO9781107415324.004.
- [9] A. K. Dixit, *Optimization in Economic Theory*. London: Oxford University Press UK, 1976.
- [10] M. V. F. Pereira and L. M. V. G. Pinto, “Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning,” *Math. Program.*, vol. 52, no. 1–3, pp. 359–375, 1991.
- [11] CEPEL, “NEWAVE - Modelo de Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos Interligados de Longo e Médio Prazo.” http://www.cepel.br/pt_br/produtos/programas-computacionais-por-categoria (acessado em Out. 04, 2021).
- [12] G. A. Jehle and P. J. Reny, *Advanced Microeconomic Theory*. Financial Times/Prentice Hall, 2011.
- [13] OECD, *Effective Carbon Rates: Pricing CO2 through Taxes and Emissions Trading Systems*. 2016.
- [14] R. H. Coase, “The Problem of Social Cost,” *J. Law Econ.*, vol. 3, no. 1, pp. 1–44, 1960, doi: 10.1086/466560.
- [15] Grupo de Modernização do Setor Elétrico, “Relatório do Grupo Temático: Mecanismos de Formação de Preço,” 2019.

DADOS BIOGRÁFICOS



É formado em Economia pela FGV-Rio e em Engenharia Elétrica pela PUC-Rio, com ênfases em Sistemas de Energia Elétrica e Telecomunicações. Atualmente está fazendo mestrado em Matemática na PUC-Rio. Trabalha na empresa PSR desde 2016, e tem atuado em estudos e desenvolvimento de software nas áreas de: (i) planejamento integrado de cadeias energéticas; (ii) soluções tecnológicas para redução de emissões de gases do efeito estufa; (iii) análise de mercados de eletricidade e gás natural na América Latina; (iv) otimização de portfólios de ativos físicos e financeiros no mercado elétrico; (v) cootimização de gás e eletricidade

(2) GABRIEL CUNHA

Gabriel Cunha é doutor em economia pela FGV, mestre em planejamento energético pela UFRJ, e engenheiro químico pela USP. Ingressou na PSR em 2011, onde atua como gerente de projetos em temas associados à análise de mercados internacionais de eletricidade, fundamentos econômicos de sistemas de energia, e desenho de mercado.